FISIKA DASAR

Document Details

10% Overall Similarity

The combined total of all matches, including overlapping sources, for each database.

Top Sources

10% Internet sources

0% Publications

0% Submitted works (Student Papers)

Top Sources

10% Internet sources
0% Publications
0% Submitted works (Student Papers)

Top Sources

The sources with the highest number of matches within the submission. Overlapping sources will not be displayed.

1 Internet
www.coursehero.com **5%**

2 Internet
pdfcoffee.com **3%**

3 Internet
pdfcookie.com **<1%**

4 Internet
www.scribd.com **<1%**

FISIKA DASAR I

Heny Ekawati Haryono

Pustaka Aksara

FISIKA DASAR I

Penulis : Heny Ekawati Haryono
Desain Sampul : Laili Rizqi
Tata Letak : Silviera

ISBN : 978-623-161-046-1

Diterbitkan oleh : **PUSTAKA AKSARA, 2023**
Redaksi:
Surabaya, Jawa Timur, Indonesia
Telp. 0858-0746-8047
Laman : www.pustakaaksara.co.id
Surel : info@pustakaaksara.co.id

Anggota IKAPI

Cetakan Pertama : 2023

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah yang senantiasa memberikan kenikmatan, baik nikmat sehat maupun nikmat kepada penulis. Kini tiba saatnya penulis mengucap alhamdulilah atas selesainya buku dengan judul “FISIKA DASAR I”. Buku ini membahas topik-topik dasar fisika seperti pengukuran dan besaran, vektor, kinematika partikel, gerak melingkar, dinamika partikel, dll. Selain itu juga bertujuan sebagai untuk mengetahui bagian-bagian dasar dari suatu benda, mengerti tentang interaksi diantara benda-benda, serta mampu menjelaskan mengenai fenomena-fenomena alam yang terjadi.

Dalam penyusunan buku ini, penulis seringkali mendapati sebuah masalah. Terkadang, penulis juga khawatir akankah buku ini bisa diterima oleh pembaca atau tidak. Buku ini terbit bukan hanya penulis saja yang berperan, ada banyak pihak yang turut membantu setiap saat. Dukungan itu diberikan kapanpun, apalagi ketika penulis hendak menyerah. Pihak-pihak tersebut menjadi penyemangat penulis untuk menyelesaikan buku ini. Untuk itu penulis memberikan ucapan terimakasih kepada kedua orang tua, suami dan anak tercinta, editor maupun pihak penerbit buku, karena mereka menjadi pihak yang memiliki andil besar dalam buku ini.

Penulis mempercayai, kesempurnaan hanyalah milik Allah SWT semata. Kekurangan yang ada pada buku ini, harap untuk dimaklumi. Penulis berusaha untuk memberikan yang terbaik guna membuat pembaca nyaman ketika membaca buku ini. Oleh karena itu, penulis memohon maaf atas segala kekurangan dan kesalahan baik disengaja maupun tidak disengaja. Semoga pembaca bisa mendapatkan manfaat dari adanya buku ini dan terimakasih, selamat membaca.

25 Juli 2023

Penulis

DAFTAR ISI

FISIKA DASAR I

Heny Ekawati Haryono

1

BAB I
BESARAN DAN VEKTOR

A. Besaran

Besaran adalah keadaan benda yang dapat diukur, misalnya panjang, massa, kecepatan, volume, gaya, dan lain sebagainya. Dalam mekanika terdapat 3 besaran dasar, yaitu panjang, massa, dan waktu. Besaran turunan adalah besaran-besaran yang dapat dinyatakan dengan sebagai kombinasi dari ketiga besaran dasar. Contohnya kecepatan, percepatan, gaya, usaha, saya, dan sebagainya. Setiap besaran dilambangkan dengan sebuah simbol.

Dimensi Panjang, massa, dan waktu berturut-turut adalah [L], [M], dan [T]. Dimensi besaran turunan dapat dinyatakan sebagai kombinasi dimensi besaran dasar tersebut.

B. Satuan

Pada pelajaran Fisika, pernyataan suatu besaran selalu diikuti oleh satuannya. Oleh karena terdapat banyak jenis satuan maka diperlukan aturan dalam hal penggunaannya. Sistem satuan adalah suatu cara pengaturan penggunaan satuan.

Sistem satuan yang digunakan dalam buku ini adalah

1. Sistem Inggris Absolut
2. Sistem Internasional (SI)

Sistem internasional merupakan sistem satuan yang diharapkan menggati beraneka ragam sistem satuan yang ada sekarang.

Tabel 1.1 Besaran san sistem satuan SI dan Inggris Absolut

Besaran / Sistem satuan	Panjang	Waktu	Massa	Gaya	Kerja
Sistem Internasional	m	s	kg	(N)	(J)
Inggris Absolut	ft	s	lbm	pdl	ft-pdl

Contoh konversi satuan:

1. 1 ft (foot) = 30,5 cm
2. 1 in = 2,54 cm
3. 1 lbm (poundmass) = 453,59 gram
4. 1 lbf (poundforce) = 32,174 pdl (poundal)
5. 1 hp = 550 ft.lb/s = 746 W
6. 1 atm = 1,013 bar = 14,7 lb/in^2= 760 torr = 1,013 $\times 10^5$ N/m
7. 1 Pa = 1 N/m^2= $1,45 \times 10^{-4}$lb/in^2
8. 1 radian (rad) = 57, 30°= 57°18′
9. 1 rev/min (rpm) = 0,1047 rad/s

C. Angka Penting

Setiap pengukuran menghasilkan angka yang dilaporkan menurut aturan **angka penting** yang terdiri atas angka-angka pasti dan angka-angka terakhir yang ditaksir (angka taksiran). Pengukuran fisika tidak pernah memberikan hasil eksak, tetapi selalu mengandung kesalahan (*errors*). Kesalahan ini dapat diperkecil dengan menggunakan alat ukur atau cara pengukuran yang lebih teliti. Cara melaporkan hasil dan error-nya inilah yang memerlukan aturan mengenai angka penting.

Hal-hal perlu diperhatikan mengenai angka penting adalah :

1. Semua angka yang bukan nol adalah angka penting.
   Contoh : 82,673 (5 angka penting)

2. Semua angka nol yang terletak diantara angka-angka bukan nol adalah angka penting.
   Contoh : 8000,4007 (9 angka penting)
3. Angka nol yang terletak di belakang angka bukan nol yang terakhir dan di belakang tanda desimal adalah angka penting.
   Contoh : 85,50000 (7 angka penting)
4. Angka nol yang terletak di depan angka bukan nol yang pertama adalah angka tidak penting.
   Contoh : 0,0000665 (3 angka penting)
5. Semua angka nol yang terletak di belakang angka bukan nol yang terakhir, tetapi terletak di depan tanda desimal adalah angka penting.
   Contoh : 60000 (5 angka penting)
6. Angka nol yang terletak di belakang angka bukan nol yang terakhir dan tidak dengan tanda desimal adalah angka tidak penting.
   Contoh : 2100000 (2 angka penting)

Ketentuan- ketentuan pada operasi angka penting :

1. Pada hasil operasi penjumlahan dan pengurangan dengan angka-angka penting hanya boleh terdapat *satu angka taksiran* saja. Secara praktis, pada penambahan / pengurangan gunakan angka di belakang koma (digit) yang paling sedikit.

   Contoh :

   a. Penjumlahan

   $$\begin{array}{rl} 1{,}24 & \\ \underline{0{,}345} & + \\ 1{,}585 & \end{array}$$

   Tiga angka penting, angka 4 = angka taksiran
   tiga angka penting, angka 5 = angka taksiran
   angka 8 dan 5 (dua angka terakhir) adalah taksiran maka ditulis : 1,59

b. Pengurangan

$$\begin{array}{r} 24{,}56 \\ 2{,}2347 \\ \hline 22{,}3253 \end{array} -$$

Empat angka penting, angka 6 = angka taksiran

Lima angka penting, angka 7 = angka taksiran

Angka 2,5, dan 3 (tiga angka terakhir) taksiran maka ditulis : 22,33

2. Angka penting pada hasil perkalian dan pembagian, sama banyaknya dengan angka penting yang paling sedikit.

   Contoh :

   a. Perkalian

   $$\begin{array}{r} 8{,}141 \\ 0{,}22 \\ \hline 1{,}79102 \end{array} \times$$

   (empat angka penting)

   (**dua angka penting**)

   Penulisannya :1,79102 ditulis 1,8 (**dua angka penting**)

   b. Pembagian

   $$\begin{array}{r} 1{,}432 \\ 2{,}68 \\ \hline 0{,}53432 \end{array} \div$$

   (empat angka penting)

   (**tiga angka penting**)

   Penulisannya :0,53432 ditulis 0,534 (**tiga angka penting**).

3. Untuk angka 5 atau lebih dibulatkan ke atas, sedangkan angka kurang dari 5 dihilangkan. Jika angkanya tepat sama dengan 5, dibulatkan ke atas jika angka sebelumnya ganjil dan dibulatkan ke bawah jika angka sebelumnya genap.

   Contoh : Bulatkanlah sehingga mempunyai tiga angka penting :

   a. 76,48 (4 angka penting) – 76,5
   b. 21,635 (5 angka penting) – 21,6
   c. 53,054 (5 angka penting) – 53,0
   d. 44,127 (5 angka penting) – 44,1

D. Vektor

Vektor A dapat ditulis $\vec{A}$ (Huruf kapital dengan anak panah di atasnya).

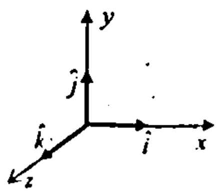
Besar $\vec{A}$ disimbolkan dengan A= $|\vec{A}|$

1. Vektor satuan

Vektor satuan adalah vector yang besarnya 1 satuan

Vektor satuan dapat dilambangkan dengan huruf bertopi, misal $\hat{u}$ adalah vektor satuan dari $\vec{u}$.

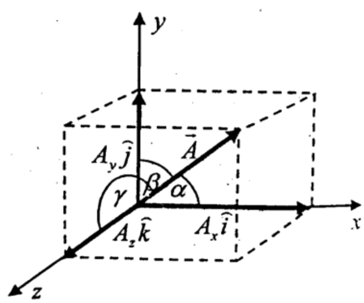
$\vec{\imath}, \vec{\jmath}$ dan $\vec{k}$ adalah vektor satuan yang berturut- turut menunjuk kearah sumbu-sumbu x, y, dan z positif (gambar 1.1)



Gambar 1.1

2. Komponen Vektor

Sebuah vektor $\vec{A}$ dapat diuraikan atas komponen-komponenya terhadap sumbu x, sumbu y, dan sumbu z, yaitu berturut- turut adalah $A_x, A_y, dan\ A_z$ (Gambar 1.2),



Gambar1.2,

Sehingga $\vec{A}$ dapat dituliskan sebagai

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$$

Besar $\vec{A}$ adalah A= $\sqrt{A_x^2 + \ A_y^2 + \ A_z^2}$

Arah $\vec{A}$ ditentukan oleh salah satu sari ketiga sudut α, β, dan γ, yaitu sudut- sudut yang dibentuk oleh $\vec{A}$ masing- masing terhadap sumbu x_+, sumbu y_+, dabn terhadap sumbu z_+.

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A}; \quad \cos\beta = \frac{A_y}{A}; \ \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

Ketiga sudut $\alpha, \beta, dan\ \gamma$ mematuhi hubungan identitas

$$cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1$$

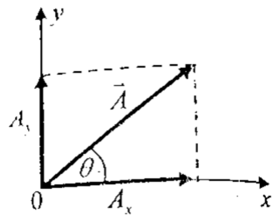
Komponen $\vec{A}$ dalam dua dimensi dapat ditentukan secara analitis dari besaran A dan sudut θ (Gambar 1.3)

$A_x = A\cos\theta$ dan $A_y = A\sin\theta$

Besar dan arah $\vec{A}$ adalah

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}\ dan\ \theta$$

$$= tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



Gambar 1.3.

3. Operasi vektor

a. Penjumlahan Vektor

Jumlah dua vektor $\vec{A}\ dan\ \vec{B}$ (Gambar 1.4) Menghasilkan vektor resultan $\vec{R}$:

$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

Besar $\vec{R}$ dihitung dengan

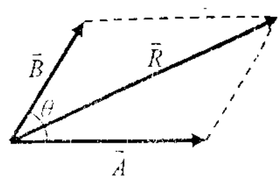
1) Aturan cosinus

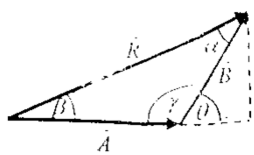
$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\ cos\theta}$$

Dengan θ adalah sudut apit anatar pangkal $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ (Lihat gambar 1.5).

2) Aturan sinus (lihat gambar 1.5)

$$\frac{A}{\sin\alpha} = \frac{B}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$$





Gambar 1.5.

b. Selisih dua vektor

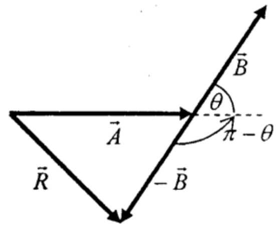
Selisih antara vektor $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ menghasikan vektor resultan $\vec{R}$ (Gambar 1.6)

$\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$

Besar $\vec{R}$ dihitung dengan:

$\vec{R} = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\, cos\theta}$

Dengan θ adalah sudut apit anatar pangkal $\vec{A}$ dan $\vec{B}$



Gambar 1.6.

c. Perkalian Vektor

1) Perkalian Vektor dengan skalar

Perkalian Vektor dengan skalar menghasilkan besaran Vektor

$\vec{A} = c\,\vec{B}$

Dengan c adalah sekalar

2) Perkalian titik (dot product)

Perkalian titik antara dua vektor menghasilkan besaran skalar.

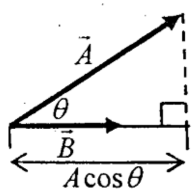
$\vec{A}\,.\,\vec{B} = A\,B\cos\theta$

Dengan θ adalah sudut apit antara pangkal $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ (Gambar 1.7)

Sifat perkalian titik dua vektor:

a) Jika $\vec{A}\,.\,\vec{B} = 0$, maka $\vec{A} = 0$ atau $\vec{B} = 0$ atau kedua vektor itu saling tegak lurus.

b) Jika $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ sejajar, maka $\vec{A}\,.\,\vec{B} = AB$.



Gambar 1.7.

c) Perkalian titik sebuah vektor dengan dirinya sendiri= kuadrat besar vektor itu,

$\vec{A}.\vec{B} = A^2$

d) Perkalian titik bersifat komutatif

$\vec{A}\,.\,\vec{B} = \vec{B}\,.\,\vec{A}$

e) Perkalian titik memenuhi aturan perkalian distributif

$(\vec{A}+\vec{B}).\vec{C} = \vec{A}\,.\,\vec{C} + \vec{B}\,.\vec{C}$

f) Perkalian titik dapat ditulis dalam bentuk komponen kedua vektor itu.
Misal perkalian titik $\overrightarrow{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$ dan $\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$.
Perkalian titik $\overrightarrow{A}.\vec{B}$ dapat ditulis:

$$\overrightarrow{A}.\vec{B} = \left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right) + (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k})$$
$$= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

d. Perkalian Silang (*cross Product*)

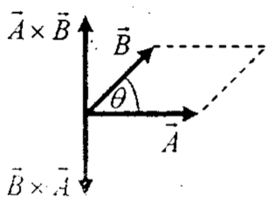
Perkalian silang antara dua vektor menghasilkan vektor baru yang arahnya tegak lurus bidang yang memuat kedua vektor (bidang tempat kedua vektor berada) (Gambar 1.8)

$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$

Dengan

$C = AB\sin\theta$

Arah $\vec{C}$ ditentukan sesuai arah maju skrup putar kanan dari $\vec{A}$ ke $\vec{B}$



Gambar 1.8.

Sifat perkalian silang antara dua vektor :

1) Jika θ adalah sudut api antara kedua vektor dan $\hat{n}$ adalah vektor satuan yang tegak lurus kedua vektor, maka perkalian silang $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ ditulis sebagai

$$\vec{A}\times\vec{B} = (A\,B\sin\theta)\,\hat{n}$$

2) Perkalian silang antara dua vektor $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ dapat dihitung dengan determinan atau aturan Sarrus.

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$
$$= \left(A_y\,B_z - A_z\,B_y\right)\hat{\imath} + (A_z\,B_x - A_x\,B_z)\hat{\jmath} + (A_xB_y - A_yB_x)\hat{k}$$

3) Jika $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ sejajar, maka $\vec{A}\times\vec{B} = 0$.

4) Dari definisi perkalian silang. Berlaku

$$\vec{A} \times \vec{A} = 0$$
$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

5) Perkalian silang memenuhi hukum disributif

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

6) Perkalian silang antara vektor- vektor satuan $\hat{\imath}\ \hat{\jmath}, dan\ \hat{k}$ adalah

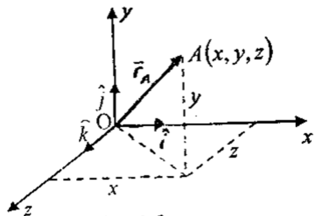
$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$ $\quad \hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$ $\quad \hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$

$\hat{\jmath} \times \hat{\imath} = -\hat{k}$ $\quad \hat{k} \times \hat{\jmath} = -\hat{\imath}$ $\quad \hat{\imath} \times \hat{k} = -\hat{\jmath}$

$\hat{\imath} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$

<u>Vektor posisi</u>

Vektor posisi suatu titik A (Gambar 1.9) yang memiliki koordinat (x, y, z) dinyatakan sebagai $\vec{r}_A = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$.



Gambar 1.9.

E. Contoh Soal

1. Sebuah kubus berukuran 10 cm × 10 cm × 10 cm. Nyatakan volumenya dalam cm^3 dan dalam m^3

   Penyelesaian:

   Volume V kubus dengan rusuk L adalah L^3

   $V = L^3 = (10\ cm)(10\ cm)(10\ cm) = 10^3\ cm^3$

   Untuk mengubah ke m^3 digunakan 1 cm = $10^{-2}m$

   $$10^3 cm^3 = 10^3 cm^3 \times \left(\frac{10^{-2}\ m}{1\ cm}\right)^3 = 10^{-3} m^3$$

2. Kolam Air raksa yang memiliki luas penampang $1\ cm^3$ setinggi 76 cm memberi tekanan 1 atm pada dasar kolam tersebut disuatu tempat yang percepatan gravitasinya 980 cm/s^2. Jika diketahui kerapatan air raksa (Hg) = 13,6 gram/ cm^3, tentukan tekanan tersebut dalam sistem

   a. SI
   b. Inggris Absolut
   c. Psi.

Penyelesaian :

a. Volume Hg = Luas penampang × tinggi = 1 $cm^2(76\ cm)$ = 76 cm^3 sehingga massa Hg adalah

$m = \rho V = (13{,}6\ gram/cm^3)(76\ cm^3) = 1033{,}6\ gram$

Berat air raksa,

$$W = mg = (1033{,}6\ gram)(980\ cm/s^2)$$
$$= 1.012.928\ dyne$$

Karena tekanan = gaya berat per satuan luas penampang, maka tekanan 1 atm = 1.012.928 dyne/cm^2.

$1\ N = 10^5 dyne;\ 1\ cm^2 = 10^{-4} m^2$

$$1\ atm = \frac{10{,}12928\ \mathrm{N}}{10^{-4} m^2} = 101.298{,}8\ N/m^2$$

Jadi $\boxed{1\ \mathrm{atm} = 101.292{,}8\ \mathrm{N}/m^2}$

b. $$1\ N = 1\ kg.m/s^2 = \left(\frac{1}{453{,}59\times10^{-3}}\mathrm{lbm}\right)\left(\frac{1}{0{,}3048}\frac{ft}{\mathrm{s}^2}\right)$$
$$= 7{,}233052\frac{\mathrm{lbm\ ft}}{\mathrm{s}^2}$$
$$= 7{,}233052\ \mathrm{pdl}$$

$$1\ m^2 = \left(\frac{1}{0{,}3048}\right)^2 \mathrm{ft}^2 = 10{,}76391\ \mathrm{ft}^2$$

$$1\ atm = 101.292{,}8 \times \frac{7{,}233052\mathrm{pdl}}{10{,}76391\mathrm{ft}^2} = 68.065{,}9806\frac{pdl}{ft^2}$$

Jadi $$\boxed{1\ atm = 68.065{,}9806\frac{\mathrm{pdl}}{\mathrm{ft}^2}}$$

c. Dalam praktik, tekanan sering kali diukur dalam satuan Psi, dengan 1 Psi = 1 lbf/in^2.

$$1\ \mathrm{N} = \frac{1}{114{,}59}\mathrm{slug}\frac{1}{0{,}3048}\frac{\mathrm{ft}}{\mathrm{s}^2} = 0{,}224869\frac{\mathrm{slug\ ft}}{s^2}$$
$$= 0{,}224869\ \mathrm{lbf}$$

$$1\ m^2 = (39{,}37)^2 \mathrm{in}^2 = 1549{,}9969\ \mathrm{in}^2$$

$$1\ atm = 101.292{,}8 \times \frac{0{,}224869\mathrm{lbf}}{1549{,}9969\mathrm{in}^2} = 14{,}69526\frac{\mathrm{lbf}}{\mathrm{in}^2}$$
$$= 14{,}69526\ Psi$$

Jadi $\boxed{1\ \mathrm{atm} = 14{,}6952\ \mathrm{Psi.}}$

3. Sebuah kubus kecil terbuat dari besi diamati dibawah mikroskop. Kubus tersebut memiliki rusuk 5×10^{-6} cm. Jika diketahui kerapatan besi 7,86 gram/cm^3 dan massa atom besi adalah 56 u, dengan 1 u =$1{,}66 \times 10^{-24} gram$, carilah
   a. Massa kubus
   b. Jumlah atom besi dalam kubus

   Penyelesaian :
   a. Karena $\rho = \frac{m}{v}$, sedangkan volume kubus $V = L^3$, maka massa kubus adalah
   $m = \rho L^3 = (7{,}86 \text{ gram/cm}^3)(5 \times 10^{-6} cm)^3$
   $= 9{,}83 \times 10^{-16} \text{gram}$.
   Jadi massa kubus adalah $\boxed{m = 9{,}83 \times 10^{-16} \text{gram}}$

   b. Jumlah atom besi dapat dihitung dengan $N = m\left(\frac{N_A}{berat\ \text{atom}}\right)$, dengan$N_A$ (disebut bilangan Avogadro) adalah jumlah molekul dalam satu mol; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ atom/ mol. Dengan demikian
   $$N = (9{,}83 \times 10^{-16} gram)\frac{6{,}02 \times 10^{23}\ atom\ /\text{mol}}{56\ gram/mol}$$
   $= 1{,}06 \times 10^7\ atom$
   Jadi jumlah atom besi dalam kubus adalah
   $$\boxed{1{,}06 \times 10^7\ atom}$$

4. Dengan menggunakan pendekatan dimensi, manakah persamaan di bawah ini yang benar?
   a. $v = v_0 + ax$, jika v dan v_0 menyatakan kecepatan, a adalah percepatan, dan x adalah posisi.
   b. $y = (2m) \cos kx$, dengan $k = 2m^{-1}$, jika y adalah sampingan dan x adalah posisi.

Penyelesaian:

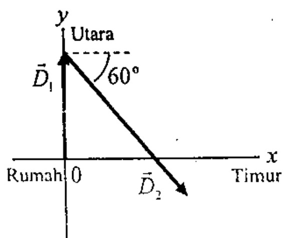
a. Menyatakan terlebih dahulu dimensi besaran setiap suku dalam persamaan $v = v_0 + a$. Besaran v dan v_0 keduanya bersatuan m/s; dengan demikian dimensi v dan v_0 adalah $[LT^{-1}]$. Karena besaran a bersatuan m/s^2 dan berdimensi $[LT^{-2}]$. Sedangkan x bersatuan m dan dimensi ax adalah $[L^2T^{-2}]$. Dengan demikian dimensi pada kedua ruas persamaan adalah
$[LT^{-1}] = [LT^{-1}] + [LT^{-2}]$
Tampak bahwa dimensi pada kedua ruas tidak sama. Jadi persamaan pada soal a tidak benar.

b. Setiap suku pada sebuah persamaan harus memiliki dimensi yang sama. Pada suku kanan pada bagian $\cos(kx)$ tidak bersatuan, sehingga satuan y adalah m. Karena y adalah simpangan, maka dimensinya adalah $[L]$. Karena suku kiri dan kanan berdimensi sama maka soal persamaan b benar.

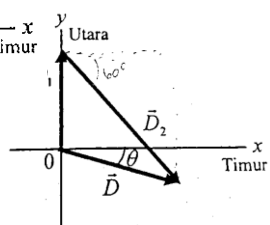
5. Seorang mahasiswa meninggalkan desa menuju kota. Karena terhalang jurang, maka ia harus menempuh jarak sejauh 22 km ke arah utara, kemudian meneruskan perjalanan sejauh 47 km ke arah 60° seperti gambar 1.10. Tentukan perpindahan mahasiswa tersebut.

Penyelesaian:

Misal perpindahan $\vec{D} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2$ (Gambar 1. 11)



Gambar 1.10.



Gambar 1.11.

Jika $\vec{D}$ diuraikan ke komponen-komponen diperoleh

$D_x = D_{1x} + D_{2x} = 0\ km + 23{,}5\ km = 23{,}5\ km$
$D_y = D_{1y} + D_{2y}$
$\quad = 22\ km + (-40{,}7\ km)$
$\quad = -18{,}7\ km$

Besar dan arah resultannya adalah

$$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(23{,}5\ km)^2 + (18{,}7km)^2} = 30km$$

$$\tan\theta = \frac{D_y}{D_x} = \frac{18{,}7km}{23{,}5km}$$

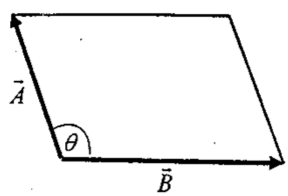
$$\theta = \tan^{-1}(0{,}796) = -38{,}5°$$

Tanda negatif berarti $\boxed{\theta = -38{,}5°}$

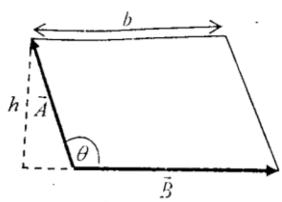
Jadi besar perpindahan mahasiswa adalah 30 km dengan arah $-38{,}5°$ terhadap sumbu x_+.

6. Tunjukkan bahwa luas jajar genjang dengan sisi yang dibentuk oleh vektor $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ (lihat Gambar 1.12) diberikan oleh $|\vec{A} \times \vec{B}|$.

Penyelesaian:



Gambar 1.12.



Gambar 1.13.

Dari Gambar 1.13 luas jajar genjang adalah *bh* Tetapi,
$h = A\sin(180° - \theta) = A\sin\theta$,
dan $b = B$, sehingga
$Luas = hb + A\ B\sin\theta$
Ruas kanan pers. (1) adalah besar dari $\vec{A} \times \vec{B}$, sehingga diperoleh

$Luas = A\ B\sin\theta = |\vec{A} \times \vec{B}|$

Jadi bukti bahwa luas jajar genjang adalah $|\vec{A} \times \vec{B}|$.

7. Dikeahui 3 buah vektor masing- masing $\vec{A} = 6\hat{\imath} + 13\hat{\jmath} - 4\hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} - 2\hat{k}$, dan $\vec{C}$. Besar $\vec{C}$ adalah $\sqrt{13}$ satuan. Diketahui pula bahwa $\vec{C}$ tegak lurus $\vec{A}$.
   a. Berapakah sudut antara $\vec{A}$ dan $\vec{B}$.
   b. Untuk soal $b - d$, bila $\vec{C}$ tidak sejajar $\overrightarrow{B}$ dan $\vec{A} = \vec{B} \times \vec{C}$, berapa sudut apit antara $\vec{B}$ dan $\vec{C}$.
   c. Nyatakan $\vec{C}$.
   d. Hitunglah $|\vec{B} \times \vec{C}|$.

Penyelesaian:

a. Vektor $\vec{A} = 6\hat{\imath} + 13\hat{\jmath} - 4\hat{k}$ memiliki komponen $A_x = 6$, $A_y = 13$, $A_z = -4$, sedangkan $\vec{B} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ memilki komponen $B_x = 3$, $B_y = -2$, $B_z = -2$. Misal sudut antara $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ adalah α. Sudut a dapa ditentukan melalui hubungan perkalian titik

   $\vec{A}.\vec{B} = A\ B \cos a$

   Untuk ruas kiri

   $\vec{A}.\vec{B} = A_x\ B_X + A_y\ B_y + A_z\ B_z$

   $= (6 \times 3) + (13 \times -2) + (-4 \times -2)$

   $= 18 - 26 + 8$

   Dengan demikian $A\ B \cos a = 0$. Karena A dan B idak nol, maka persamaan tersebut berlaku hanya bila $\cos a = 0$,dengan kata lain $a = 90°$.

b. Karena $\vec{A}.\vec{B} = 0$, berarti $\vec{A}$ tegak lurus terhadap $\vec{B}$.

   Karena diketahui bahwa $\vec{A}$ tegak lurus terhadap $\vec{C}$, dan $\vec{A}$ juga tegak lurus terhadap $\vec{B}$, dan

   $\vec{A} = \vec{B} \times \vec{C}$

   Sehingga

   $A = B \sin\theta$

   Dengan θ adalah sudut apit antara $\vec{B}$ dan $\vec{C}$. Sehingga,

   $\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \cdot \sqrt{C_x^2 + C_y^{2+} C_z^2} \sin\theta$

$$\sin\theta = 6^2 + 13^2 + \frac{(-4)^2}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + (-2)^2 . \sqrt{13}}}$$

$$= \frac{\sqrt{36 + 169 + 16}}{\sqrt{9 + 4 + 4} \cdot \sqrt{13}} = \frac{\sqrt{221}}{\sqrt{17} . \sqrt{13}} = 1$$

$$\theta = \sin^{-1}(1) = 90°$$

Jika sudut yang dibentuk antara $\vec{B}$ dan $\vec{C}$ adalah $\theta = 90°$, yang berati $\vec{B}$ tegak lurus terhadap $\vec{C}$.

c. Misal bentuk vektor $\vec{C} = C_x\hat{\imath} + C_y\hat{\jmath} + C_z\hat{K} . \vec{A}\ dan\ \vec{B}$ saling tegak lurus, Maka

$$\vec{A} . \vec{C} = 0$$
$$(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}) . (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k} = 0$$
$$\left(6\hat{\imath} + 13\hat{\jmath} - 4\hat{k}\right) . \left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right) = 0$$
$$6C_x + 13C_y - 4C_y = 0$$

Karena $\vec{B}$ tegak lurus $\vec{C}$, maka

$$\vec{B} . \vec{C} = 0$$
$$(B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}) . (C_x\hat{\imath} + C_y\hat{\jmath} + C_z\widehat{k)} = 0$$
$$\left(3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} - \hat{2}k\right) . \left(C_x\hat{\imath} + C_y\hat{\jmath} + C_z\hat{k}\right) = 0$$
$$3C_x - 2C_y - 2C_z = 0$$

Besar C adalah $\sqrt{13}$ satuan

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} = \sqrt{13}$$
$$C_x^2 + C_y^2 + C_z^2 = 13$$

Pers . (1) dikurangi 2 × pers. (2)

$$6C_x + 3C_y - 4C_z = 0$$
$$6C_x - 4C_y - 4C_z = 0$$
$$17C_y = 0$$
$$C_y = 0$$

Bila nilai $C_y = 0$ disubstiusikan ke pers. (1) maka diperoleh

$$6C_x + 13(0) - 4C_z = 0$$
$$6C_x = 4C_z$$
$$C_x = \frac{4}{6}C_z = \frac{2}{3}C_z$$

Nilai C_x dan C_y dan disubstitusikan ke pers.(3)

$$C_x^2 + C_y^2 + C_z^2 = 13$$
$$\frac{4}{9}C_z^2 + 0 + C_z^2 = 13$$
$$\frac{13}{9}\ C_z^2 = 13$$
$$c_z^2 = 9$$
$$C_2 = 9$$
$$C_z = \pm 3$$
$$C_x = \frac{2}{3}, C_z = \frac{2}{3}.(\pm 3) = \pm 2$$

Dengan demikian vektor $\vec{C}$ adalah $\vec{C} = 2\hat{\imath} + 3\hat{k}$ atau $\vec{C} = -2\hat{\imath} - 3\hat{k}$

d. Untuk $\vec{C} = 2\hat{\imath} + 3\hat{k}$,

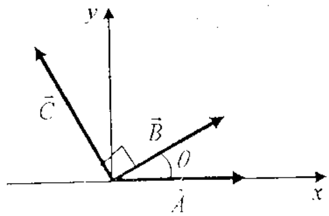
$$\vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$
$$= (-6 - 0)\hat{\imath} - (9 + 4)\hat{\jmath} + (0 + 4)\hat{k}$$
$$= (-6)\hat{\imath} + (-13)\hat{\jmath} + 4\hat{k}$$
$$|\vec{B} \times \vec{C}| = \sqrt{(-6)^2 + (-13)^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{36 + 169 + 16}$$
$$= \sqrt{221} \text{ satuan}$$

Sedangkan dari $\vec{C} = -2\hat{\imath} - 3\hat{k}$ diperoleh

$$\vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$
$$= (6 - 0)\hat{\imath} - (-9 - 4)\hat{\jmath} + (0 - 4)\hat{k}$$
$$= 6\hat{\imath} + 13\hat{\jmath} - 4\hat{k}$$
$$|\vec{B} \times \vec{C}| = \sqrt{6^2 + 13^2 + (4)^2}$$
$$= \sqrt{36 + 169 + 16}$$
$$= \sqrt{221}\ satuan.$$

Tampak bahwa nilai $|\vec{B} \times \vec{C}|$ yang diperoleh dari dua vektor $\vec{C}$ tersebut sama besar.

8. Tiga buah vektor seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.14 mempunyai besar A= 3 m, B= 4m, dan C=10 m dengan sudut $\theta = 30°$.
   a. Tentukan komponen x dan y dari $\vec{A}, \vec{B}, dan\ \vec{C}$
   b. Jika $\vec{C} = p\vec{A} + q\vec{B}$, Berapa nilai p dan q?



Gambar 1.14.

Penyelesaian:

a. Dari gambar, $\vec{A}$ memiliki komponen ke arah sumbu $x, A_x = 3\ m$

   $\vec{B}$ memiliki 2 komponen, yaitu ke arah sumbu x dan y,

   $B_x = \cos\theta = (4m)\cos 30° = 2\sqrt{3}$ dan

   $B_y = B\sin\theta = (4m)\sin 30° = 2m$

   Karena $\vec{C}$ tegak lurus terhadap $\vec{B}$, maka konponen $\vec{C}$ dapat dicari dari hubungan ;

   $$\vec{B}.\vec{C} = 0 \qquad (1)$$
   $$(B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath}).(C_x\hat{\imath} + C_y\hat{\jmath}) = 0$$
   $$[(2\sqrt{3}m)\hat{\imath} + (2m)\hat{\jmath}].[C_x\hat{\imath} + C_y\hat{\jmath}] = 0$$
   $$(2\sqrt{3})C_x + (2m)C_y = 0$$
   $$C_x = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}m\right)C_y \qquad (2)$$

   Diketahui besar $\vec{C}$ adalah 10 m, sehingga

   $$C_x^2 + C_y^2 = C^2 = (10m)^2$$
   $$C_x^2 = (100m) - C_y^2 \qquad (3)$$

   Jika nilai C_x pada Pers. (2) disubstitusikan ke pers. (3), maka diperoleh

   $$\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}m\right)^2 C_y^2 = (100m) - C_y^2$$
   $$\frac{10}{9}C_y^2 = (100m)$$
   $$C_y = (\pm 3\sqrt{10}\ m)$$

Dan $C_x = \left(\mp \frac{3}{\sqrt{3}}\sqrt{10}m\right) = \left(\mp\sqrt{30}m\right)$

Karena $\vec{C}$ berada di kuadran II, dengan demikian komponen $\vec{C}$ adalah $C_x = -\sqrt{30}\,m$, dan $C_y = 3\sqrt{10}\,m$

b. Jika diketahui $\vec{C} = p\vec{A} + q\vec{B}$, maka

$$\Rightarrow \left(-\sqrt{30}\,m\right)\hat{\imath} + \left(3\sqrt{10}\,m\right)\hat{\jmath}$$
$$= p(3m)\hat{\imath} + q\left(2\sqrt{3}\,m\right)\hat{\imath} + q(2m)\hat{\jmath}$$
$$\Rightarrow \left(-\sqrt{30}\,m\right)\hat{\imath} + \left(3\sqrt{10}\,m\right)\hat{\jmath}$$
$$= \left(3p\,m + 2\sqrt{3}q\,m\right)\hat{\imath} + (2q\,m)\hat{\jmath} \qquad (4)$$

Dari pers. (4), komponen x dan y dapat dipisahkan menjadi

$$(2q\,m) = (3\sqrt{10}\,m) \Rightarrow q = \frac{3}{2}\sqrt{10}$$
$$\left(3p\,m + 2\sqrt{3}q\,m\right) = \left(-\sqrt{30}m\right)$$

Setelah mengeliminir nilai q diperoleh

$$3p\,m = -\sqrt{30}\,m - 3\sqrt{30}\,m = -4\sqrt{30}\,m$$
$$p = -\frac{4}{3}\sqrt{30}$$

Dengan demikian nilai $p = -\frac{4}{3}\sqrt{30}$ dan $q = \frac{3}{2}\,m$

9. Tiga buah titik A, B, dan C berada dalam ruangan koordinat kartesian (x, y, z). Titik A memiliki koordinat (2, 3, 1) m, B (3, 5, 3) m, C (4, 6, 5) m. Sebuah gaya $\vec{F}$ sebesar 100 N dengan titik tangkap di B membentuk sudut 60° terhadap sumbu x_+, 45° terhadap sumbu y_+, dan γ terhadap sumbu z_+.
   a. Carilah gaya $\vec{F}$ dan $\vec{r}_{BC}$.
   b. Hitung sudut apit antara gaya $\vec{F}$ dan $\vec{r}_{BC}$.
   c. Tentukan momen gaya $\vec{\tau}$ terhadap titik A bila diketahui $\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$ dan $\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$.
   d. Hitung usaha W yang dilakukan oleh gaya $\vec{F}$, jika gaya tersebut menggeser benda dari titik B ke titik C, dengan $W \equiv \vec{F} \cdot \vec{r}_{CB}$.

Peyelesaian:

a. Vektor gaya $\vec{F}$ dapat dicari dengan persamaan:

$\vec{F} = F\cos\alpha\,\hat{\imath} + F\cos\beta\,\hat{\jmath} + F\cos\gamma\,\hat{k}$

Dengan $\alpha, \beta, dan\ \gamma$ berturut- turut dalah sudut yang dibentuk antara vektor $\vec{F}$ dengan sumbu- sumbu $x, y, dan\ z$.

Dari soal diketahui $\alpha = 60°, \beta = 45°, \gamma$ belum diketahui dan besarnya dapa dicari dari hubungan

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

$\cos^2(60°) + \cos^2(45°) + \cos^2\gamma = 1$

$$\cos^2\gamma = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\cos\gamma = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$$

Sehingga

$$\vec{F} = 100\cos 60°\,\hat{\imath} + 100\cos 45°\,\hat{\jmath} + 100\cos 60°\hat{k}$$
$$= \left(100\ N.\frac{1}{2}\right)\hat{\imath} + \left(100\ N.\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)\hat{\jmath} + \left(100\ N.\frac{1}{2}\right)\hat{k}$$
$$\vec{F} = (50\ N)\hat{\imath} + \left(50\sqrt{2}N\right)\hat{\jmath} + (50N)\hat{k}.$$

$\vec{r}_{BC}$ dapat dihitung dari selisih vektor posisi $\vec{r}_C\ dan\ \vec{r}_b$, atau $\vec{r}_{BC} = \vec{r}_C - \vec{r}_B$.

$$\vec{r}_{BC} = \vec{r}_C - \vec{r}_B$$
$$= \left((4\ m)\hat{\imath} + (6\ m)\hat{\jmath} + (5m)\hat{k}\right)$$
$$- \left((3m)\hat{\imath} + (5m)\hat{\jmath} + (3m)\hat{k}\right)$$
$$\vec{r}_{BC} = (1m)\hat{\imath} + (1m)\hat{\jmath} + (2m)\hat{k}.$$

b. Sudut apit antara gaya $\vec{F}$ dan $\vec{r}_{BC}$ dapat dicari dari hubungan perkalian titik antara $\vec{F}$ dan $\vec{r}_{BC}$

$$\vec{F}\cdot\vec{r}_{BC} = F\ r_{BC}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{F}\cdot\vec{r}_{BC}}{F\ r_{BC}}$$

$$= \frac{\left(50\,\hat{\imath} + 50\sqrt{2}\,\hat{\jmath} + 50\,\hat{k}\right)\left(\hat{\imath} + \hat{\jmath} + 2\,\hat{k}\right)}{\left(\sqrt{50^2 + \left(50\sqrt{2}\right)^2 + 50^2}\right)\left(\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}\right)}$$

$$= \frac{50 + 50\sqrt{2} + 100}{\left(\sqrt{10000}\right)\sqrt{6}} = 0{,}90$$

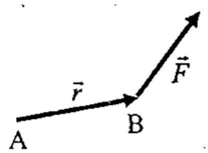
$$\theta = \cos^{-1}(0{,}90) = 25{,}84°$$

Jadi sudut antara gaya $\vec{F}$ dan $\vec{r}_{BC}$ adalah $\theta = 25{,}84°$. (Bagaimana gambar $\vec{F}$ dan $\vec{r}_{BC}$?)

c. Karena titik tangkap vektor di titik B (3,5,3) m, sedangkan momen gaya dihitung terhadap titik A (2,3,1) m, maka vektor lengan gaya adalah $\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ (Gambar 1.15).

$$\vec{r} = \left((3m)\hat{\imath} + (5m)\hat{\jmath} + (3m)\hat{k}\right) - \left((2m)\hat{\imath} + (3m)\hat{\jmath} + (1m)\hat{k}\right)$$
$$= (1m)\hat{\imath} + (2m)\hat{\jmath} + (2m)\hat{k}$$
$$\vec{F} = (50\text{ N})\hat{\imath} + \left(50\sqrt{2}\text{ N}\right)\hat{\jmath} + (50\text{ N})\hat{k}$$

Momen gaya $\vec{\tau}$ adalah hasil perkalian vektor antara lengan gaya $\vec{r}$ dan $\vec{F}$ atau $\vec{\tau} = \vec{r} + \vec{F}$ yang dapat dihitung dengan



Gambar 1.15.

menggunakan metode sarrus.

$$\vec{\tau} = \left((1m)\hat{\imath} + (2m)\hat{\jmath} + (2m)\hat{k}\right) \times \left((50\text{N})\hat{\imath} + \left(50\sqrt{2}\text{N}\right)\hat{\jmath} + (50\text{N})\hat{k}\right)$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 50 & 50\sqrt{2} & 50 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{\imath}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 50\sqrt{2} & 50 \end{vmatrix} - \hat{\jmath}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 50 & 50 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 50 & 50\sqrt{2} \end{vmatrix}$$

$$= \left(\left(100 - 100\sqrt{2}\right)\mathrm{N.m}\right)\hat{\imath} - \left((50 - 100)\mathrm{N.m}\right)\hat{\jmath}$$
$$+ \left(\left(50\sqrt{2} - 100\right)\mathrm{N.m}\right)\hat{k}$$
$$\vec{\tau} = (-41{,}42\ \mathrm{N.m})\hat{\imath} + (50\ \mathrm{N.m})\hat{\jmath} + (-29{,}29\mathrm{N.m})\hat{k}$$

d. Usaha (W) didefinisikan sebagai perkalian titik antara gaya $\vec{F}$ dengan perpindahan $\vec{r}_{BC}$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{r}_{BC}$$
$$= \left((50\mathrm{N})\hat{\imath} + \left(50\sqrt{2}\mathrm{N}\right)\hat{\jmath} + (50\mathrm{N})\hat{k}\right)$$
$$\cdot \left((1m)\hat{\imath} + (2m)\hat{\jmath} + (2m)\hat{k}\right)$$
$$= 50\ \mathrm{N.m} + 50\sqrt{2}\ \mathrm{N.m} + 100\ \mathrm{N.m} = 220{,}71\ \mathrm{N.m}$$
$$= 220{,}71\ \mathrm{J}$$

10. Sebuah benda bermassa 2 kg bergerak pada bidang xy dengan kecepatan 3 m/s yang membentuk sudut 60° terhadap sumbu x_+ dan 30° terhadap sumbu y_- (kuadran IV).
    a. Nyatakan kecepatan ($\vec{v}$) dan hitung momentum linier benda tersebut ($\vec{p} \equiv m\vec{v}$)
    b. Gambarkan $\vec{v}$ dan $\vec{p}$ pada bidang xy
    c. Hitung besar dan arah $\vec{r} \times \vec{p}$, bila diketahui $\vec{r} = (1\mathrm{m})\hat{\imath} + (-2\mathrm{m})\hat{\jmath}$.

Penyelesaian:

a. Pernyataan kecepatan $\vec{v}$ dalam bidang xy adalah

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

Dengan

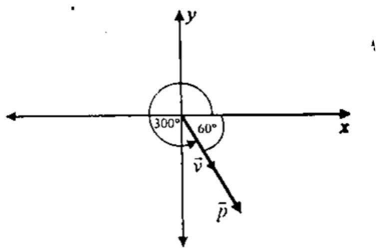
$$v_x = v\cos a = (3\ m/s)\cos(360° - 60°) = (3\ m/s)\frac{1}{2}$$
$$= 1{,}5\ m/s$$
$$v_y = v\sin a = \left(3\frac{m}{s}\right)\sin(360° - 60°) = \left(3\frac{m}{s}\right)\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$$
$$= -1{,}5\sqrt{3}\ m/s$$

Dengan demikian $\vec{v} = (1{,}5\ m/s)\hat{\imath} - \left(1{,}5\sqrt{3}\ m/s\right)\hat{\jmath}$, dan

$$\vec{p} = m\vec{v} = m\left(v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}\right)$$
$$= 2\ \mathrm{kg}\left((1{,}5\ m/s)\hat{\imath} + \left(-1{,}5\sqrt{3}\ m/s\right)\hat{\jmath}\right)$$

Jadi momentum linier benda adalah $\vec{p} = (3\ \mathrm{kg.m/s})\hat{\imath} + (3\sqrt{3}\ \mathrm{kg.m/s})\hat{\jmath}$.

b. Gambar kecepatan dan momentum linier benda seperti ditunjukkan Gambar 1.16.



Gambar 1.16.

c. Momentum sudut $(\vec{L})$ adalah $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Vektor posisi, $\vec{r} = (1\mathrm{m})\hat{\imath} + (-2\mathrm{m})\hat{\jmath}$.

Momentum linier, $\vec{p} = (3\ \mathrm{kg.m/s})\hat{\imath} - (3\sqrt{3}\ \mathrm{kg.m/s})\hat{\jmath}$.

$\vec{L} = \left((1\mathrm{m})\hat{\imath} + (-2\mathrm{m})\hat{\jmath}\right) \times \left((3\ \mathrm{kg.m/s})\hat{\imath} - (3\sqrt{3}\ \mathrm{kg.m/s})\hat{\jmath}\right)$

$$\vec{L} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 3\sqrt{3} & 0 \end{vmatrix} = \hat{\imath}\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 3\sqrt{3} & 0 \end{vmatrix} - \hat{\jmath}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -3\sqrt{3} \end{vmatrix}$$

$= \left(-3\sqrt{3} + 6\ \mathrm{kg.m^2}/s\right)\hat{k}$

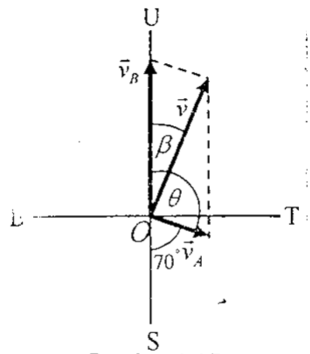
Sehingga besar momentum sudutnya adalah

$L = \sqrt{\left(-3\sqrt{3} + 6\ \mathrm{kg.m^2/s}\right)^2} = 0{,}8\ \mathrm{kg.m^2/s}$, dengan arah ke sumbu z_+.

11. Suatu kapal pesiar berlabuh di lautan bebas ke arah utara dengan kecepatan 15 km/jam. Bila arus laut yang menerpa kapal berkecepatan 5 km/jam ke arah 70° terhadap selatan-timur, tentukan resultan kecepatan kapal tersebut.

Penyelesaian:

Sesuai Gambar 1.17, soal ini dapat **diselesaikan** secara grafis, dengan $\vec{v}_B$ adalah kecepatan kapal, $\vec{v}_A$ adalah kecepatan arus.



Gambar 1.17.

Resultan kecepatan kapal didapat dari jumlah vektor kecepatan kapal relatif terhadap air ditambah kecepatan hanyut yang disebabkan oleh arus.

$\vec{v} = \vec{v}_B + \vec{v}_A$

Karena $\theta = 110°$, maka besar **resultan** kecepatan kapal tersebut adalah

$$v = \sqrt{v_B^2 + v_A^2 + 2v_B v_A \cos\theta}$$

$$= \sqrt{(15\text{ km/jam})^2 + (5\text{ km/jam})^2 + 2(15\text{ km/jam})(5\text{ km/jam})\cos 110°}$$

$$= 14{,}09\text{ km/jam}$$

Dan arahnya diperoleh dari hubungan

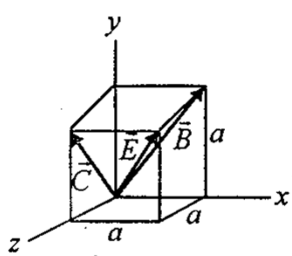
$$\frac{v}{\sin\theta} = \frac{v_A}{\sin\beta} \text{ atau } \sin\beta = \frac{v_A \sin\theta}{v}$$

$$\beta = \frac{(5\text{ km/jam})\sin 110°}{(14{,}09\text{ km/jam})} = 19{,}48°$$

Jadi besar resultan kecepatan kapal adalah $v = 14.09$ km/jam dengan arah 19,48° terhadap utara-timur.

12. $\vec{B}$ dan $\vec{C}$ adalah diagonal sisi kubus yang berpotongan di titik asal seperti ditunjukkan pada Gambar 1.18. panjang rusuk kubus adalah a dalam satuan sembarang.

    a. Tentukan komponen $\vec{D}$, bila $\vec{D} = \vec{B} \times \vec{C}$.



Gambar 1.18.

b. Carilah nilai $\vec{B}\cdot\vec{C}, \vec{D}\cdot\vec{C}$, dan $\vec{D}\cdot\vec{B}$.

c. Carilah sudut apit antara pangkal vektor diagonal ruang $\vec{E}$ dan pangkal vektor diagonal sisi $\vec{B}$.

Penyelesaian:

a. Dari Gambar, $\vec{B} = a\hat{\imath} + a\hat{\jmath}$, dan $\vec{C} = a\hat{\jmath} + a\hat{k}$

$\vec{D} = (a\hat{\imath} + a\hat{\jmath}) \times (a\hat{\jmath} + a\hat{k}) = a^2(\hat{\imath} + \hat{\jmath}) \times (\hat{\jmath} + \hat{k})$

$= a^2(\hat{\imath}\times\hat{\jmath} + \hat{\imath}\times\hat{k} + \hat{\jmath}\times\hat{\jmath} + \hat{\jmath}\times\hat{k})$

$= a^2(\hat{k} - \hat{\jmath} + 0 + \hat{\imath}) = a^2\hat{\imath} - a^2\hat{\jmath} + a^2\hat{k}$

Dengan demikian $\vec{D} = a^2\hat{\imath} - a^2\hat{\jmath} + a^2\hat{k}$ satuan

b. $\vec{B}\cdot\vec{C} = (a\hat{\imath} + a\hat{\jmath})\cdot(a\hat{\jmath} + a\hat{k})$

$= a^2(\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} + \hat{\imath}\cdot\hat{k} + \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + \hat{\jmath}\cdot\hat{k})$

$\vec{B}\cdot\vec{C} = a^2$ satuan

$\vec{D}\cdot\vec{C} = (a^2\hat{\imath} - a^2\hat{\jmath} + a^2\hat{k})\cdot(a\hat{\jmath} + a\hat{k})$

$= a^3(\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} - \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + \hat{k}\cdot\hat{\jmath} + \hat{\imath}\cdot\hat{k} - \hat{\jmath}\cdot\hat{k} + \hat{k}\cdot\hat{k}) = 0$

$\vec{D}\cdot\vec{C} = 0$ satuan

$\vec{D}\cdot\vec{B} = (a^2\hat{\imath} - a^2\hat{\jmath} + a^2\hat{k})\cdot(a\hat{\imath} + a\hat{\jmath})$

$= a^3(\hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} - \hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + \hat{k}\cdot\hat{\imath} + \hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} - \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + \hat{k}\cdot\hat{\jmath}) = 0$

$\vec{D}\cdot\vec{C} = 0 \;= 0$ satuan

Tampak bahwa $\vec{D}\cdot\vec{C} = \vec{D}\cdot\vec{B} = 0$, karena $\vec{D} = \vec{B}\times\vec{C}$, maka $\vec{D}$ selain tegak lurus terhadap $\vec{B}$ juga tegal lurus terhadap $\vec{C}$.

c. karena $\vec{E}$ adalah vektor diagonal ruang kubus, maka $\vec{E} = a\hat{\imath} + a\hat{\jmath} + a\hat{k}$ satuan, dan karena $\vec{B}$ adalah vektor diagonal sisi kubus, maka $\vec{B} = a\hat{\imath} + a\hat{\jmath}$ satuan. Sudut apit antara pangkal $\vec{E}$ dan $\vec{B}$ dapat dicari dari hubungan

$$\vec{E}\cdot\vec{B} = EB\cos\theta$$

Selanjutnya tanpa menuliskan satuannya, untuk ruas kiri

$\vec{E}\cdot\vec{B} = (a\hat{\imath} + a\hat{\jmath} + a\hat{k})\cdot(a\hat{\imath} + a\hat{\jmath})$

$= a^2(\hat{\imath}\cdot\hat{\imath} + \hat{\jmath}\cdot\hat{\imath} + \hat{k}\cdot\hat{\imath} + \hat{\imath}\cdot\hat{\jmath} + \hat{\jmath}\cdot\hat{\jmath} + \hat{k}\cdot\hat{\jmath})$

$= 2a^2$

Dari soal didapatkan $B = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ satuan, Dan $E = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$ satuan.

Jika besar $\vec{B}$ dan $\vec{E}$ tersebut disubstitusikan ruas kanan ke pers.(1), maka diperoleh

$$2a^2 = a\sqrt{3}\, a\sqrt{2} \cos\theta$$
$$2a^2 = a^2\sqrt{6} \cos\theta$$
$$\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$$
$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\sqrt{6}\right) = 35{,}26°$$

Jadi sudut apit antara $\vec{E}$ dan $\vec{B}$ adalah $\theta = 35{,}26°$

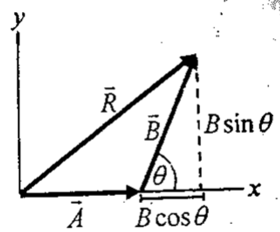
13. jika 2 vektor $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ dijumlahkan, buktikan bahwa besar resultannya tidak mungkin lebih besar dari $A + B$ atau lebih kecil dari $|A + B|$.

Penyelesaian:

Misalkan $\vec{A}$ terletak pada sumbu x, dan $\vec{B}$ terletak pada sumbu y seperti pada Gambar 1.19. komponen $\vec{B}$ adalah

$B_x = B\cos\theta$ dan $B_y = B\sin\theta$

Dengan teorema phitagoras diperoleh



Gambar 1.19.

$$r^2 = (A + B\cos\theta)^2 + (B\sin\theta)^2$$
$$= A^2 + 2AB\cos\theta + B^2\cos^2\theta + B^2\sin^2\theta$$
$$= A^2 + 2AB\cos\theta + B^2$$

Karena $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$. Sudut apit θ antara $\vec{A}$ dan $\vec{B}$ berkisar dari 0° sampai 360°. Nilai resultan terbesar yang mungkin terjadi ketika $\theta = 0°$ $(\cos 0° = 1)$, sehingga

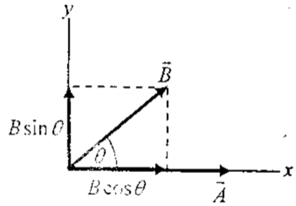
$$R_{maks}^2 = A^2 + 2AB\cos\theta + B^2 = (A + B)^2$$
$$R_{maks}^2 = A + B$$

Sedangkan nilai resultan terkecil yang mungkin terjadi ketika $\theta = 180°$, sehingga

$$R_{min}^2 = A^2 - 2AB + B^2$$
$$R_{min}^2 = (A - B)^2 \text{ atau } R_{min}^2 = (B - A)^2$$

Jadi $R_{min} = (A - B)$ atau $R_{min} = (B - A)$, Dengan kata lain $R_{min} = |A - B|$ atau $R_{min} = |B - A|$, yang besarnya bergantung pada nilai A atau B yang positif.

14. Dua buah vektor memiliki panjang A dan B membentuk sudut θ dan kedua pangkalnya berimpit. Dengan mengambil komponen-komponen sepanjang 2 sumbu yang saling tegak lurus, buktikan bahwa resultan hasil penjumlahan adalah
$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\ cos\theta}$



Gambar 1.20.

Penyelesaian:

Buat kedudukan sumbu koordinat sehingga salah satu vektor tersebut terletak pada sumbu x dan y (lihat Gambar 1.20). Misal $\vec{A}$ terletak pada sumbu x, sehingga $\vec{A} = \vec{A}i$ dan $\vec{B}$ = $(B\ cos\ \theta)\hat{\imath} + (B\ sin\theta)\ \hat{\jmath}$.

Jika $\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$, maka

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A + B\ cos\ \theta)\hat{\imath} + (B\ sin\theta)\ \hat{\jmath}.$$

$$R = ((A + B\ cos\ \theta)^2\ +\ (B\ sin\theta)^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= (A^2 + 2AB \cos\theta + B^2 cos^2\theta + B^2 sin^2\theta)^{\frac{1}{2}}$$

$$= (A^2 + 2AB \cos\theta + B^2(cos^2\theta + B^2 sin^2\theta))^{\frac{1}{2}}$$

Karena $cos^2\theta + sin^2\theta = 1$, dengan demikian diperoleh

$$R = (A^2 + 2AB \cos\theta + B^2)^{\frac{1}{2}}$$

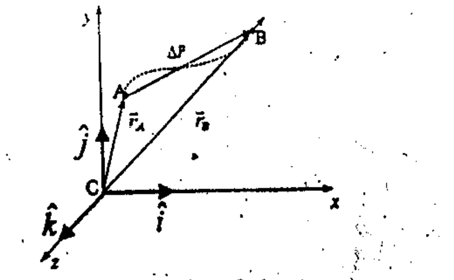
Jadi terbukti bahwa $R = (A^2 + 2AB \cos\theta + B^2)^{\frac{1}{2}}$

BAB II
KINEMATIKA PARTIKEL

A. Vektor posisi

Selain dinyatakan dalam koordinat (x, y, z) posisi sebuah partikel dapat juga dinyatakan dengan vector posisi ṛ, yang dalam notasi vektor satuan $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, dan $\hat{k}$ adalah $\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$ – lihat gambar 2.1

1. Perpindahan



Gambar 2.1.

Adalah perubahan posisi dari suatu benda selama bergerak. Jika partikel bergerak dari titik A ke titik B, berarti vektor posisinya berubah dari $\vec{r}_A$ ke $\vec{r}_B$, maka perpindahan partikel $\Delta\vec{r}$ adalah

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$
$$= (x_B - x_A)\vec{\imath} + (y_B - y_A)\vec{\jmath} + (z_{B-}\, z_A)\vec{k}$$

2. Kecepatan rata-rata dan kecepatan sesaat

Jika sebuah partikel mengalami perpindahan. Jika sebuah partikal mengalami perpindahan $\Delta\vec{r}$ dalam selang waktu Δt, maka kecepatan rata-ratanya $\vec{v}_{rata-rata}$ untuk selang waktu itu adalah

$$\vec{v}_{rata-rata} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Untuk selang waktu Δt mendekati 0, $\vec{v}_{rata-rata}$ mencapai limit yang disebut kecepatan atau kecepatan sesaat $\vec{v}$ dengan

$$\vec{v} = \lim_{\Delta 1 - 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Dalam notasi vektor satuan

$$\vec{v} = v_x \hat{\imath} + v_y \hat{\jmath} + v_z \hat{k}$$

Dengan $v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$, dan $v_z = \frac{dz}{dt}$

Laju rata-rata, yang bukan besarnya kecepatan rata-rata, $\bar{V}$, didefinisikan sebagai

$$\bar{V} = \frac{jarak\ tempuh}{waktu\ tempuh}$$

3. **Percepatan rata-rata dan percepatan sesaat**

Jika kecepatan partikel berubah dari $\vec{v}_A$ menjadi $\vec{v}_B$ dalam selang waktu Δt, maka percepatan rata-rata partikel selama Δt adalah

$$\vec{a}_{rata-rata} = \frac{\vec{v}_B - \vec{v}_A}{\Delta t}$$

Untuk selang waktu Δt mendekati 0, $\vec{a}_{rata-rata}$ mencapai limit yang disebut percepatan atau percepatan sesaat $\vec{a}$, dan

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Dalam notasi vektor satuan

$$\vec{a} = a_x \hat{\imath} + a_y \hat{\jmath} + a_z \hat{k}$$

Dengan $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt}$, dan $a_z = \frac{dv_z}{dt}$

2

B. Gerak lurus

Adalah gerak yang lintasnya berupa garis lurus, sehingga perpindahan, kecepatan, dan percepatannya mempunyai arah yang sama. Pada gerak lurus ini, posisi disimbolkan dengan x.

1. Gerak lurus dengan percepatan berubah

Pada gerak ini, percepatan benda dapat berubah terhadap waktu maupun posisi. Percepatan dapat dinyatakan sebagai fungsi waktu $a = a(\mathrm{t})$ atau fungsi posisi $a = a(x)$, dan penyelesaian persoalan dilakukan dengan menggunakan rumus dasar $a = \frac{dv}{dt}$ dan $v = \frac{dx}{dt}$. Rumus-rumus GLB dan GLBB berikut ini diperoleh melalui operasi integral kedua rumus dasar ini.

2. Rumus gerak lurus beraturan (GLB)
   Pada GLB, kecepatan benda adalah konstan, sehingga persamaan perpindahan adalah $\Delta x = v\ \mathrm{t}$
3. Rumus-rumus untuk gerak lurus berubah beraturan (GLBB) adalah
   $v = v_0 + a\,\mathrm{t}$
   $x = x_0 + v_0\mathrm{t} + \frac{1}{2} a\,\mathrm{t}^2$
   $v^2 = v_0^2 + 2\,a\,(x - x_0)$

C. Gerak peluru

Gerak peluru dapat dipandang sebagai gabungan dua gerakan yang saling tegak lurus, masing-masing adalah gerakan dalam arah sumbu x dan gerak dalam sumbu y. jika $\vec{v}_0$ adalah vektor kecepatan awal dan sudut elevasinnya adala a, maka

$\vec{v}_0 = v_{0x}\,\hat{\imath} + v_{0y}\,\hat{\jmath}$

Yang untuk kasus pada (sumbu x horizontal, dan sumbu y vertikal),

Komponen kecepatan awal kearah sumbu

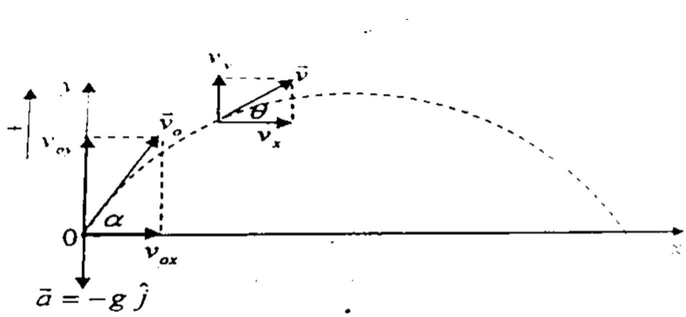
$$x : v_{0x} = v_0 \cos a$$

Komponen kecepatan awal kea rah sumbu

$$y: v_{0y} = v_0 \sin a$$

Selama gerakan, percepatan horizontal partikel adalah nol dan percepatan partikelnya adalah percepatan gravitasi –g (keatas diambil arah positif).

Kecepatan peluru setiap saat ditentukan oleh (v_x, v_y) dengan



Gambar 2.2.

$v_x = v_o \cos a = v_{ox}$
$v_x = v_o \sin a - g\, t$
$v^2 y = (v_o \sin a)2 - 2g\,(y - y_o)$
Dengan arah kecepatan peluru : $\theta = tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$
Posisi peluru setiap saat ditentukan oleh koordinat (x, y), dengan
$x = v_{ox} \;\; t = v_o \cos a \;\; t$
Dan $y = v_{0y}\;\; t - \frac{1}{2}\, g\, t^2 = v_0 \sin a\;\; t - \frac{1}{2} g\, t^2$

D. Gerak melingkar

1. Gerak melingkar beraturan (GMB)

Pada gerak melingkar beraturan, besar kecepatan v konstan, tetapi arah $\vec{v}$ berubah [menyinggung lintasan, (tangensial)], dan selalu ada percepatan yang mengarah kepusat yang disebut percepatan sentripetal,

$$a = a_R = \frac{v^2}{R}$$

Dengan R adalah jari-jari lingkaran.

Waktu yang diperlukan untuk menempuh 1 lingkaran penuh disebut periode T

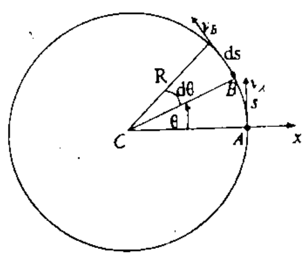
$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

Hubungan kecepatan linier dan kecepatan sudut,

Kecepatan linier, $v = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}$ =Rω (dalam m/s)

Dengan ω adalah kecepatan sudut,

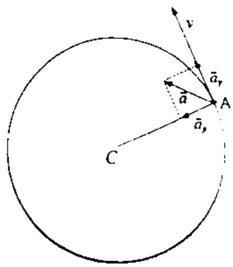
Dan, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ (dalam rad/s)



Gambar 2.3.

2. Gerak melingkar berubah beraturan (GMBB)

Pada gerak melingkar ini, besar dana rah kecepatan berubah (tidak konstan). Perubahan kecepatan dalam arah radial (a_R) sedangkan perubahan kecepatan dalam arah tangensial berkaitan dengan percepatan tangenya (a_T).



Gambar 2.4.

$$a_R = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R$$

$$a_T = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = Ra$$

Resultan vektor percepatan : $\vec{a} = \vec{a}_R + \vec{a}_r$

Dengan besar percepatan : $a = \sqrt{a_R^2 + a_r^2}$

Percepatan sudut, $a = \frac{d\omega}{dt}$ (dalam rad/s^2)

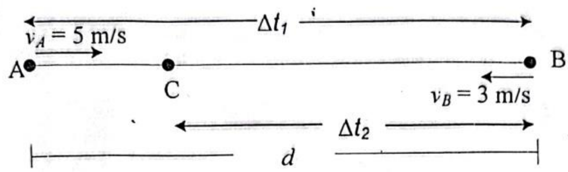
3. Analogi rumus-rumus gerak lurus berubah beraturan dan gerak melingkar berubah beraturan ditunjukan pada

Gerak lurus	Gerak melingkar
$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}$t	$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{a}$t
$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{x}_0$t $+ \frac{1}{2}\vec{a}$t^2	$\vec{\theta} = \vec{\theta}_0 + \vec{\omega}_0$t $+ \frac{1}{2}\ \vec{a}\ $ t^2
$\vec{v}^2 = \vec{v}_o^2 + 2\vec{a}$ (x-x_o)	$\vec{\omega}^2 = \vec{\omega}^2{}_o + 2\ \vec{a}\ (\vec{\theta} - \vec{\theta}_o)$

Arah θ, ω dan a mengikuti arah maju sekrup putar kanan.

E. Contoh soal

1. Seseorang anak mula-mula berjalan dengan kecepatan konstan 5 m/s sepanjang garis lurus dari titik ke A ke titik B. Anak itu kemudian berbalik arah dan berjalan sepanjang garis yang sama dari B ke C dengan kecepatan konstan 3 m/s. Jarak B ke C adalah $\frac{3}{4}$ jarak ke A ke B.
   a. Tenrukan kecepatan rata-rata untuk seluruh perjalanan dari A sampai C.
   b. Berapa laju rata-rata anak itu



Gambar 2.5.

Penyelasaian:

a. Kecepatan rata-rata sama dengan perpindahan dibagi waktu tempuh.

$$\vec{v}_{\text{rata}-\text{rata}} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta \text{t}} = \frac{\vec{x}_{\text{AB}} + \vec{x}_{\text{BC}}}{\text{t}_{\text{AB}} + \text{t}_{\text{BC}}}$$

Misal jarak dari titik A ke titik B adalah d, maka

$$v_{rata-rata} = \frac{d\hat{\imath} + (-3d/4)(\hat{\imath})}{t_{AB} + t_{BC}}$$

Karena, $t_{AB} = \frac{\text{d}}{v_A}$ dan $t_{BC} = \frac{3\text{d}/4}{v_B}$

maka kecepatan rata-rata adalah

$$v_{rata-rata} = \frac{d\hat{\imath} + (-3\text{d}/4)(\hat{\imath})}{\frac{d}{v_A} + \frac{(-3\text{d}/4)}{v_B}}$$

$$= \frac{\hat{\imath} - (3/4)\hat{\imath}}{1/v_A + (-3d/4)/v_B}$$

$$= \frac{(0{,}25\ m\ )\hat{\imath}}{(1\ m)/(5\text{m/s}) + \frac{(0{,}75\ m)}{3\ m/s}} = 0{,}56 \text{ m/s}$$

Jadi kecepatan rata-rata anak itu berjalan dari A ke C adalah 0,56 m/s

b. Laju rata-rata adalah jarak yang ditempuh per waktu untuk menempuh jarak tersebut, atau secara matematika

$$\vec{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{AB} + x_{BC}}{t_{AB} + t_{BC}}$$

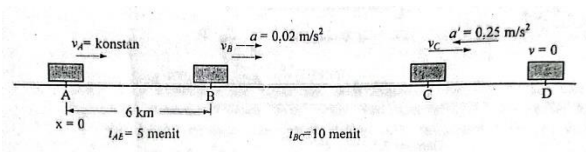
Waktu untuk menempuh perjalanan dari A ke C tentunya sama seperti pada soal (a), sehingga

$$\vec{V} = \frac{d + 3d/4}{d/v_a + (3d/4)/v_B} = \frac{1{,}75\ m}{0{,}45\ s} = 3{,}89\ \text{m/s}$$

Jadi laju rata-rata anak itu berjalan dari A ke C adalah 3,89 m/s

1

2. Sebuah kereta api sedang bergerak dengan laju konstan. Kereta itu menempuh jarak 6 km selama 5 menit lalu dipercepat dengan percepatan 0,02 m/s² selama 10 menit. Selanjutnya kereta mengalami perlambatan 0,25 m/s² sampai berhenti di stasiun berikutnya. Tentukan
   a. Jarak total yang ditempuh kereta api tersebut,
   b. Laju rata-rata kereta api selama perjalanan itu,
   c. Grafik hubungan antara laju (v) dan t kasus pada soal ini.



Gambar 2.6.

Penyelesaian:

a. Sebelum mulai melakukan perhitungan, perhatikan bahwa t menyatakan suatu selang waktu, t_{AB} menyatakan selang waktu untuk menempuh jarak AB.

   Perhatikan gerak dari A ke B

   Karena laju v konstan, maka jarak yang ditempuh $\Delta x = v\Delta t = vt_{AB}$, sehingga

$$v = v_A = v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6000\ m}{5\ x\ 60\ s} = 20\ \text{m/s}$$

   <u>Gerak dari B ke C (GLBB)</u>

$$v_C = v_B + at_{BC}$$
$$= 20\ m/s + (0{,}02\ m/s^2)(10 \times 60\ s)$$

$= 32 \text{ m/s}$

$$x_C = x_B + v_B\, t_{BC} + \frac{1}{2} a (t_{BC})^2$$

$$x_C - x_B = \left(20 \frac{m}{s}\right)(10 \times 60\ s) + \frac{1}{2}\left(0{,}02 \frac{m}{s^2}\right)(10 \times 60 s)^2$$

$$= 1200\text{m} + 3600\text{m} = 15600\text{m} = 15{,}6 \text{ km}$$

<u>Gerak C ke D (GLBB namun diperlambat)</u>

$$v_D^2 = v_C^2 + 2a'(x_D - x_C)$$

$$0 = (32\ m/s)^2 + 2(-0{,}25\ m/s^2) + (x_D - x_C)$$

Jadi

$$x_D + x_C = \frac{(32 \text{ m/s})^2}{0{,}50\ m/s^2} = 64\ m$$

sehingga

$AD = AB + BC + CD = 6 \text{ km} + 15{,}6 \text{ km} + 0.064 \text{ km}$

$= 21{,}664 \text{ km}$

Dengan demikian, jarak yang ditempuh kereta adalah AD = 21,664 km.

b. Untuk menghitung laju rata-rata, gunakan

$$\vec{V} = \frac{\text{jarak yang ditempuh}}{\text{waktu untuk menempuh jarak tersebut}} = \frac{\text{AD}}{t_{AD}},$$

sehingga masih harus dicari t_{CD} terlebih dahulu, t_{CD} dapat diperoleh dengan meninjau gerak dari C ke D. Pada gerak ini berlaku

$$v_D = v_C + a'\text{t}'$$

$$0 = (32\ m/s) + (-0{,}25\ m/s\text{^}2)$$

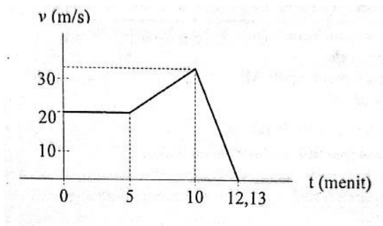
Jadi $t' = t_{CD} = \frac{32 \text{ m/s}}{0{,}25 \text{ m/s}^2} = 128 \text{ s} = 2{,}13$ menit

Dengan demikan laju rata-rata adalah

$$\frac{21{,}644 \text{ m}}{(5 \text{ x } 60 \text{ s})+(10 \text{ x } 60 \text{ s})+(128 \text{ s})} = \frac{21{,}664 \text{ m}}{1028\ s} = 21{,}07 \text{ m/s}$$

c. Pada gerak dari A ke B: v konstan,
Pada gerak dari B ke C: v makin lama makin besar,
dan pada gerak dari C ke D: v makin lama makin kecil.

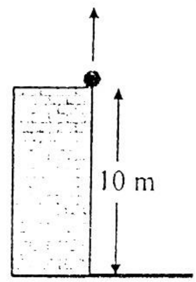
Jadi grafik antara v dan t adalah seperti pada gambar 2.7 dibawah ini.



Gambar 2.7.

1

3. Dari sebuah Gedung yang tingginya 10 m, seseorang anak melemparkan bola vertical ke atas. Bola ternyata naik sejauh 5 m, kemudian turun kembali.
   a. Dengan kecepatan berapa bola dilempar ke atas?
   b. Berapa meter di atas tanah bola berada 1,5 s setelah dilempar?
   c. Apakah saat itu bola (soal b) sedang bergerak ke atas atau ke bawah? Jelaskan dengan sebuah perhitungan



Gambar 2.8.

Penyelesaian:

a. Bola yang dilempar vertikel ke atas akan membuat lintasan seperti yang terlihat pada gambar. Bola tidak akan naik terus, tetapi akan berbalik turun setelah mencapai ketinggian maksimum B. Di titik B ini kecepatan bola adalah nol. Ketika bergerak naik atau pun turun benda bergerak GLBB dengan percepatan $a = -g = -10\ m/s^2$. Penerapan hal ini pada rumus GLBB menghasilkan

$(v_B)^2 = (v_A)^2 = 2\ (a)(y_B - y_A)$

$0 = (v_A)^2 + 2(-10\ m/s^2)(15\ m - 10\ m)$

Atau $(v_A)^2 = 100\ (m/s)^2$

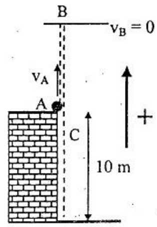
Jadi bola dilempar dengan kecepatan $(v_A) = 10\ m/s$

b. Misalkan 1,5 sekon setelah dilempar bola berada di C, maka

$y_C - y_A = v_A t + 1/2(a)t^2$

atau

$y_C = y_A + v_A t + \frac{1}{2(a)t^2}$



Gambar 2.9.

$= 10\ m + (+10\ m/s)(1{,}5\ s) + \frac{1}{2(-10\ m/s^2)(1{,}5\ s)^2}$

$= 10\ m + 15\ m - 11{,}25\ m = 13{,}75\ m$

Jadi pada $t = 1{,}5\ s$, bola berada di $y_C = 13{,}75\ m$ atau 13,75 di atas tanah.

c. Untuk mengertahui apakah bola sedang naik turun, hitung kecepatan di C.

$v_C = v_A + at = \left(+10\frac{m}{s}\right) + \left(-10\frac{m}{s^2}\right)(1{,}5\ s)$

$= -5\ m/s$

Karena hasilnya negatif , berarti bola sedang bergerak turun

Alternatif penyelesaian:

Hitung waktu untuk menempuh AB.

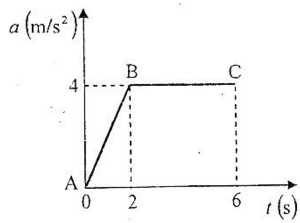
$v_B = v_A + at$

$0 = (+10\ m/s) + (-10\ m/s^2)t$

Berarti utnuk mencapai titik B dibutuhkan waktu 1 s.

Jadi dalam 1,5 s, bola telah melewati B, sehingga dapat disimpulkan bahwa bola sedang bergerak turun, sama seperti kesimpulan yang didapat lewat cara diatas.

4. Sebuah partikel bergerak lurus sepanjang sumbu x dengan percepatan sebagai fungsi waktu seperti pada Gambar 2.10. Jika partikel bergerak dari posisi awal nol dengan kecepatan awal 10 m/s, tentukan



Gambar 2.10.

   a. Persamaan kecepatan dan lintasan sebagai fungsi waktu,
   b. Kecepatan pada $t = 25$ dan pada $t = 6\ s$,
   c. Jarak yang ditempuh dalam waktu 6 s.

Penyelesaian:

a. Gerak partikel; dari $t = 0\ s$ sampai $t = 2\ s$ adalah gerak lurus dengan percepatan berubah.

   Persamaan garis AB adalah persamaan garis lurus dengan kemiringan m, yang ditulis

   $a = mt + b$ (1)

   Dengan b adalah koordinat titik potong grafik dengan sumbu a. Untuk mendapatkan kemiringan m, cari terlebih dahulu perubahan percepatan: $\Delta a = \alpha_B - a_A$, dan selang waktu: $\Delta t = t_B - t_A$, sehingga kemiringan (slope) garis AB adalah

   $$m = \frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{(4-0)m/s^2}{(2-0)s} = 2\ m/s^3$$

   Pada $t = 0\ s$, percepatan partikel di titik A, $a_A = 0\ m/s^2$. Bila disubsitusikan ke pers. (1), maka

   $0 = 2\,(0) + b$, sehingga $b = 0$

   Nilai $b = 0$, juga dapat diperoleh dengan meninjau saat $t = 2\ s$.

   Dengan demikian persamaan garis AB adalah $a = 2t$.

   Percepatan didefinisikan sebagai: $a = \frac{dv}{dt}$, atau $dv = a\ dt$

   Lakukan proses integrasi,

   $$\int_{v_{A=10\,m/s}}^{v} dv = \int_{t_A}^{v} a\ dt = \int_{A=0\,s}^{t} 2t\ dt$$

$$v|_{v_A=10\ m/s}^{v} = 2.\frac{1}{2}\ t^2\Big|_{t_A=0\ s}^{t} = t^2|_{t_A=0\ s}^{t}$$

$(v - v_A) = (t^2 - t_A^2)$

$(v - 10\ m/s) = (t^2 - 0^2) = t^2$

$v = (t^2 + 10)\ m/s$ (2)

Jadi persamaan kecepatan sepanjang garis AB adalah $v = (t^2 + 10)\ m/s$.

Persamaan lintasan dapat diperoleh dengan menggunakan,

$dx = v\ dt$

Lakukan proses integrasi

$$\int_{v_A=0\ m}^{x} dv = \int_{t_A}^{t} a\ dt = \int_{A=0\ s}^{t} (t^2 + 10)\ dt$$

$$x|_{x_A=0\ m}^{x} = \frac{1}{3}\ t^3 + 10t\Big|_{t_A=0\ s}^{t}$$

$(x - x_A) = \frac{1}{3}(t^3 - {t^3}_A) + 10\ m/s(t - t_A)$

$(x - 0) = \frac{1}{3}(t^3 - 0^3) + 10\ m/s\ (t - 0)$

$x = (1/3t^3 + 10\ t)\ m$ (3)

Jadi persamaan lintasan AB adalah $x = \left[\frac{1}{3}t^3 + 10\ t\right] m$

Gerak partikel dari titik B ke titik C adalah gerak lurus dengan percepatan konstan, $a = 4\ m/s^2$

Persamaan kecepatan partikel dari titik B ke titik C adalah

$V = v_A + a'\ (t - t_B)$, dengan $t' = (t - t_B)$

$= v_A + a't'$

dengan v_B adalah kecepatan partikel pada t_B = 2 s.

Dari Pers.(2), untuk t = 2 s didapat

$$v_B = {t^2}_B + 10 = (2^2 + 10)\ m/s = 14\ m/s$$

Dengan demikian persamaan kecepatan sebagai fungsi waktu dari titik B ke titik C adalah

$v = (14 + 4\ t')\ m/s$ (4)

Karena bergerak dengan percepatan a konstan, maka persamaan lintasan partikel dari titik B ke titik C adalah

$$x = x_B + v_B t' + \frac{1}{2}\ a\ (t')^2$$

dengan x_B adalah posisi partikel pada t_B = 2 s. Bila disubtitusikan di Pers.(3), maka didapat

$$x_B = \left(\frac{1}{3}(2^3) + 10\ (2)\right)\mathrm{m} = \left(\frac{8}{3} + 20\right)m$$

$$= \left(\frac{68}{3}\right)m$$

$$= 22{,}67\ m$$

Dengan demikian diperoleh persamaan lintasan partikel adalah

$$x = 22{,}67 + 14\,t' + \frac{1}{2}4\,(t')^2$$

$$= (22{,}67 + 14\,t' + 2\,(t')^2)\,m$$

b. Kecepatan partikel pada $t = 2\,s$ dapat diperoleh dari Pers. (2). Jadi kecepatan pada $t = 2\,s$ adalah
$v_{\mathrm{t=2s}} = (2^2 + 10)\,m/s = 14\,m/s$
Untuk mendapatkan kecepatan pada $t = 6\,s$, gunakan Pers.(4), yang menghasilkan
$v_{t=6\,s} = 14 + 4(4) = 30\,m/s$

c. Jarak yang ditempuh partikel adalah
$x_{\mathrm{t=6s}} - x_{\mathrm{t=0}s} = 22{,}67 + 14(4) + 2\,(4^2) = 110{,}67\ \mathrm{m/s}$

5. Sebuah partikel bergerak sepanjang sumbu x dan posisinya setiap saat dinyatakan oleh persamaan $x = a + bt^2\,cm$, dengan $a = 20\,cm$ dan $b = 4\,cm/s^2$. Carilah,
   a. Perpindahan partikel dalam interval waktu antara $t_1 = 2\,s$ dan $t_2 = 5\,s$,
   b. Kecepatan rata-rata dalam interval waktu ini,
   c. Kecepatan sesaat pada waktu $t = 2\,s$.

Penyelesaian :

a. Dalam soal ini, gerak partikel av5 dalah satu dimensi, sehingga perpindahan adalah

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}(t_2) - \vec{x}(t_1)$$

$$= (a + bt^2{}_2)\,\hat{\imath} - (a + b\mathrm{t}^2{}_1)\hat{\imath} = b(\mathrm{t}^2{}_2 - \mathrm{t}^2{}_1)\hat{\imath}$$

$$= [4\ \mathrm{cm/s^2}](25 - 4)\ s^2]\hat{\imath} = 84\ cm\,\hat{\imath}$$

Jadi perpindahan partikel adalah $\Delta\vec{x} = 84\,cm\ \hat{\imath}$, artinya partikel itu berpindah dari titik awal $x = 20\,cm$ searah sumbu x, ke posisi $x = (20 + 84)\,cm = 104\,cm$.

b. Kecepatan rata-rata untuk gerak satu dimensi ini adalah

$$\vec{v}_{rata-rata} = \frac{\Delta\hat{x}}{\Delta t} = \frac{84\,cm\,\hat{\imath}}{3s} = 28\,cm/s\,\hat{\imath}$$

Jadi kecepatan rata-rata partikel dalam arah x_+, adalah $\vec{v}_{rata-rata} = 28\,cm/s\,\hat{\imath}$

c. Untuk persoalan gerak satu dimensi, kecepatansesaat adalah

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} = \frac{d}{dt}(a + bt^2)\hat{\imath} = 2\,bt\,\hat{\imath}$$

Jadi untuk $t = 2\,s$,

$\vec{v} = 2(4\,cm/s^2)(2\,s)\,\hat{\imath} = 16\,cm/s\,\hat{\imath}$

Dengan demikian kecepatan sesaat partikel pada $t = 2\,s$ adalah $v = 16\,cm/s\,\hat{\imath}$

6. Percepatan benda yang bergerak sepanjang sumbu x dinyatakan oleh:

$a = (4 - t)\,m/s^2$

dengan t dinyatakan dalam s.

a. Kecepatan dan posisi benda pada saat awal,
b. Posisi benda saat percepatannya nol,
c. Posisi benda saat kecepatannya nol.

Penyelesaian:

a. Dari $a = \frac{dv}{dt}$, maka dapat ditulis

$$dv = a\,dt = (4 - t)\,dt$$

Lakukan integrasi

$$\int dv = \int (4 - t)\,dt + C$$

maka

$$v = 4t - \frac{1}{2}t^2 + C \qquad (1)$$

Diketahui bahwa $v = 2$ m/s, bila $t = 3$ s, sehingga dapat ditulis

$$2\ m/s = 4(3\ s) - \frac{1}{2}(3\ s)^2 + C$$

atau

$C = -5{,}5\ m/s$

Substitusi hasil ini ke Pers. (1), maka

$$v = (4t - \frac{1}{2}t^2 - 5{,}5)\ m/s$$

Pada saat awal, $t = 0$, sehingga

$$v = \left[4(0) - \frac{1}{2}(0)^2 - 5{,}5\right]\ \text{m/s}$$

Jadi kecepatan awal adalah $v = -5{,}5\ m/s$

Bila arah ke kanan diambil sebagai arah +, maka ini berarti bahwa benda memulai gerakannya ke arah kiri.

Dari $v = \frac{dx}{dt}$, dapat ditulis

$$dx = v\,dt = \left[\left(-\frac{1}{2}\right)t^2 + 4t - 5{,}5)\ m/s\right] dt$$

Lakukan integrasi,

$$\int dx = \int (-\frac{1}{2}t^2 + 4t - 5{,}5)\,dt + C'$$

Hasil integrasi ini adalah

$$x = -\frac{1}{6}t^3 + 2t^2 - 5{,}5t + C'$$

Diketahui bahwa pada $t = 3\ s, x = 9\ m$; maka

$$9 = -\frac{1}{6}(3)^3 + 2(3)^2 - 5{,}5(3) + C',$$

sehingga $C' = 12\ m$.

Dengan demikian,

$$x = (-\frac{1}{6}t^3 + 2t^2 - 5{,}5t + 12)\ m \qquad (2)$$

Untuk $t = 0$, didapat

$$x(t = 0) = (-0 + 0 - 0 + 12)\ m = 12\ m$$

Jadi posisi benda pada saat awal adalah di $x = 12\ m$.

b. Dari $a = 4 - t$, maka $a = 0$ terjadi bila $t = 4\ s$.

Substitusi $t = 4\ s$ ke Pers. (1), maka

$$x\ (t = 4\ s) = \left[-\frac{1}{6}(4)^3 + 2(4)^2 - 5{,}5(4) + 12\right] m$$
$$= 11{,}4\ m$$

Jadi posisi benda pada saat $a = 0$ adalah di $x = 11{,}4\ m$.

c. Di sini sekali lagi dicari untuk t beberapa $v = 0$.
Tinjauan Pers. (1), maka

$$0 = 4t - \frac{1}{2}t^2 - 5{,}5$$

Persamaan kuadrat ini mengasilkan
$t_1 = 1{,}8\ s$ dan $t_2 = 6{,}2\ s$
Substitusi nilai-nilai ini ke Pers.(2), maka didapat untuk $t_1 = 1{,}8\ s$:

$$x_1 = \left[-\frac{1}{6}(1{,}8)^3 + 2(1{,}8)^2 - 5{,}5(1{,}8) + 12\right]m = 7{,}6\ m$$

Untuk $t_2 = 6{,}2\ s$:

$$x_2 = \left[-\frac{1}{6}(6{,}2)^3 + 2(6{,}2)^2 - 5{,}5(6{,}2) + 12\right]m = 15{,}1\ m$$

Jadi benda mempunyai kecepatan nol di dua posisi, yaitu di $x_1 = 7{,}6\ m$ Dan $x_2 = 15{,}1\ m$

2

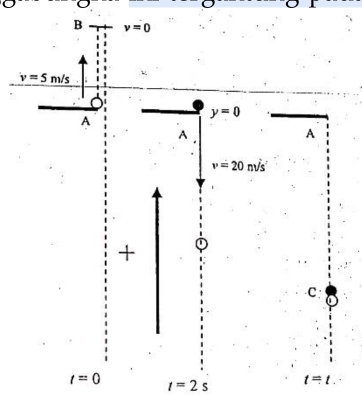
7. Sebuah batu dilempar vertikal ke atas dengan kecepatan 5 m/s dari suatu mulut jurang, batu kedua dijatuhkan 2 s kemudian dari mulut jurang tadi dengan kecepatan 20 m/s vertikal ke bawah. Pada jarak berapa dari mulut jurang, batu pertama akan didahului batu kedua?

Penyelesaian:

Pada soal ini terdapat 2 benda yang bergerak secara GLBB dengan percepatan $a = -g$. Untuk menyelesaikan soal semacam ini tinjaulah gerak masing-masing benda, dan selanjutnya gabungkan. Penggabungna ini tergantung pada relasi antara gerakan kedua benda itu, yang ditentukan soalnya.

Usahakan menerjemahkan soal dalam bentuk **sketsa** terlebih dahulu, untuk soal ini sketsa nya adalah seperti tampak pada Gambar 2.11.

Bila batu pertama digambarkan oleh batu putih, sedang batu kedua



Gambar 2.11.

digambar sebagai batu hitam, maka mula-mula perhatikan gerak batu putih dari A ke C.

$$y_C - y_A = v_A t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$y_C = 0 + 5t + \tfrac{1}{2}(-10)t^2 = 5t - 5t^2 \qquad (1)$$

Tinjaulah sekarang gerak batu hitam dari A ke C

$$y_C - y_A = (v_{A)}{}' t' + \frac{1}{2} a(t')^2$$

$$y_C = 0 + (-20)t' + \tfrac{1}{2}(-10)(t')^2 = -20t' - 5(t')^2 \quad (2)$$

Gabungakan Pers.(1) dan Pers (2), maka dapat ditulis

$5t - 5t^2 = -20t' - 5(t')^2$

Atau $\quad t - t^2 = -4t' - (t')^2 \qquad (3)$

Pada soal diceritakan bahwa batu hitam dijatuhkan 2 s setelah batu putih dilempar, ini berarti bahwa bila batu putih telah bergerak t s , maka batu hitam bergerak $(t - 2)\, s$. Jadi relasi antar batu putih dan batu hitam dalam soal ini dinyatkan lewat

$t' = t - 2 \qquad (4)$

Substitusi Pers.(4) ke Pers.(3) menghasilkan

$t - t^2 = -4\,(t - 2) - (t - 2)^2$

Atau $t - t^2 = -4 + 8 - t^2 - 4 + 4t$, sehingga $t = 4\, s$.

Substitusi $t = 4\, s$ ke Pers.(1) menghasilkan

$y_C = [+5(4) - 5(4)^2]\, m$

$\quad = +20\, m - 80\, m = -60\, m$

Jadi batu pertama (putih) didahului batu kedua (hitam) di posisi 60 m di bawah mulut jurang.

8. Seseorang pemain bola menendang sebuah bola dengan kecepatan awal 20 m/s dan membentuk sudut $\theta = 37°$ terhadap arah horizontal.

   Tentukan

   a. Tinggi maksimum
   b. Kecepatan pada ketinggian maksimum
   c. Percepatan pada ketinggian maksimum
   d. Waktu yang dibutuhkan bola untuk kembali ke bawah
   e. Seberapa jauh dari titik awal bola tersebut berada ketika menyentuh tanah.

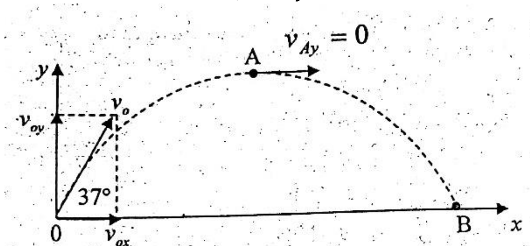
Penyelesaian:

a. Dengan sumbu x dan sumbu y seperti pada Gambar 2.12, komponen-komponen kecepatan awal adalah

$$v_{0x} = v_0 \cos 37° = \left(20\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\cos 37° = 16\ m/s$$

$$v_{oy} = v_o \sin 37° = \left(20\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\sin 37° = 12\ m/s$$

Pada ketinggian maksimum (titik A), kecepatannya adalah horisontal, artinya $v_{Ay} = 0\ m/s$.



Gambar 2.12.

$v_{Ay} = v_o\ sin 37° - gt$, dengan $t = t_{0A}$

$0 = (20\ m/s) sin\ 37° - (10\ m/s^2)t$

$t = \frac{12}{10} s = 1{,}2\ s$

waktu yang dibutuhkan bola untuk tiba di ketinggian maksimum sejak dilempar adalah 1,2 s. Ketinggian maksimum yang dicapai bola adalah

$y_A = v_o \sin 37°\, t - \frac{1}{2}\, gt^2$

$$= \left(20\frac{m}{s}\right)\sin 37\, °(1{,}2\ s) - ½\left(10\frac{m}{s^2}\right)(1{,}2\ s)^2$$

$= 7{,}2\ m$

Dengan demikian ketinggian maksimum bola adalah 7,2 m dari tanah.

b. Pada titik tertinggi (titik A), tidak ada komponen vertikal dari kecepatan, dan hanya ada komponen horizontal (yang tetap konstan selama bola tersebut berada di udara), sehingga

$v_A = v_{Ax} = v_{ox} = v_o\ cos 37° = 16\ m/s$

Jadi kecepatan pada ketinggian maksimum adalah $v_A = (16\ m/s)\ \hat{\imath}$.

c. Percepatan adalah sama dimana - mana, yaitu $\vec{a} = \vec{g} = -10\ m/s^2\ \hat{j}$. Jadi di titik tertinggi (titik A), percepatan arah ke bawah, atau $a = -(10\ m/s^2)\ \hat{j}$

d. Untuk mencari waktu yang diperlukan bola untuk kembali ke tanah, gunakan

$y_B - y_O = v_o \sin 37°\, t_B - \frac{1}{2} g\, t_B^2$, dengan $t_B = t_{OB}$

$0 = (20\ m/s) sin\ 37° t_B - \frac{1}{2} - (10\ m/s^2) t_B{}^2$

$5\ t_B = 12$, sehingga $t_B = \frac{12}{5} s = 2{,}4\ s$

Jadi waktu yang diperlukan bola untuk kembali berada di tanah adalah $t_B = 2{,}4\ s$.

e. Untuk mencari jarak yang ditempuh bola dari titik awal sampai ke tanah,

$x_B - x_o = v_o \cos 37°\, t_B$

$= \left(20 \frac{m}{s}\right) \cos 37°\,(2{,}4\ s) = 38{,}4\ m$

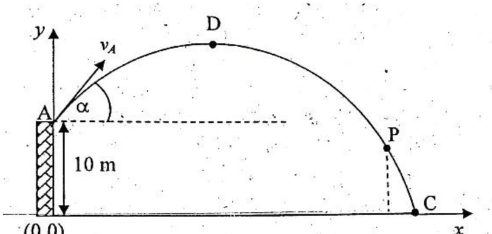
Jadi ketika bola kembali di tanah, bola berada sejauh 38,4 m dari titik awal bola tersebut.

9. Dari ketinggian 10 m di atas tanah (titik A), sebuah bola dilempar dengan kecepatan awal v_A dan sudut kemiringan *a* terhadap horizontal seperti pada Gambar 2.13, ketika mencapai ketinggian 6,25 m di atas tanah (titik P), kecepatan bola adalah $v = (5\sqrt{3}\ i - 10\ j)$ m/s. Tentukan

a. Kecepatan awal v_A, besarnya dan sudut elevasi *a*

b. Koordinat titik puncak lintasan A (titik D)

c. Koordinat titik jatuh bola di tanah (titik C)



Gambar 2.13.

Penyelesaian:

a. Perhatikan gerak bola dari titik A ke titik P.

Dari soal diketahui bahwa ketika bola sampai di titik P, vektor kecepatannya adalah $v_P = (5\sqrt{3}\,\hat{\imath} - 10\,\hat{\jmath})$ m/s, berarti $v_{Px} = 5\sqrt{3}\,m/s$ dan $v_{Py} = -10\,m/s$, sehingga komponen kecepatan awal bola ke arah sumbu y, v_{Ay} dapat ditentukan dari persamaan

$v^2{}_{Py} = v^2{}_{Ay} - 2g(y_P - y_A)$

$(10\,m/s)^2 = v^2{}_{Ay} + 2\,(-10m/s^2)(6{,}25\,m - 10\ m)$

$10^2 = v^2{}_{Ay} + 75$

Atau $v^2{}_{Ay}$ = (25m/s)², sehingga $v_{Ay} = 5\,m/s$ (arah kecepatannya ke atas atau ke bawah?).

Karena pada gerak parabolis komponen kecepatan ke arah x adalah konstan, maka

$v_{Ax} = v_{Px} = 5\,\sqrt{3}m/s$

Jadi kecepatan bola di A adalah

$\vec{v}_A = 5\,\sqrt{3}\,\hat{\imath} + 5\,\hat{\jmath}\,m/s$

Besar kecepatan awal bola dapat dicari dari

$$v_A = \sqrt{v^2{}_{Ax} + v^2{}_{Ay}} = \sqrt{5\sqrt{3}^2 + 5^2} = \sqrt{100} = 10\,m/s$$

Jadi besarnya kecepatan awal bola adalah $v_A = 10\,m/s$

Dari $v_{Ax} = v_A \cos a$, didapat

$5\,\sqrt{3}\,m/s = (10m/s)cos\ a,$

sehingga $cos\ a = \frac{5\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}}{10\ m/s} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

atau $a = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) = 30°$

jadi bola dilempar dengan sudut elevasi $a = 30°$

b. Untuk mencari koordinat titik puncak D(x_D, y_D), perhatikan gerak bola dari A ke D. Perhatikan bahwa di titik puncak, bukan v_D yang sama dengan nol, tetapi hanya komponen y saja yang nol, atau $v_{Dy} = 0\,m/s$, tetapi $v_{Dx} \neq 0$.

Terapkan rumus GLBB pada komponen gerak arah y,

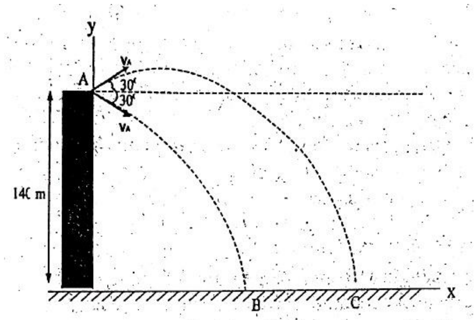
$v_{Dy} = v_A \sin a - g\,t_D,$

maka
$0 = (10\, m/s) sin\, 30° + (-10 m/s^2) t_D$
Sehingga didapat $t_D = 0{,}5\, s$,dengan t_D adalah waktu yang diperlukan bola untuk bergerak dari A sampai mencapai titik D.
Selanjutnya koordinat titik D dicari dari
$y_D - y_A = v_A \sin a\, t_D - \frac{1}{2}\, g\, t^2{}_D$
Substitusi nilai-nilai yang sudah didapat ke dalam persamaan ini menghasilkan,
$y_D - 10\, m = (10\, m/s) sin\, 30° \,(0{,}5\, s)$
$+ ½\, (-10\, m/s^2)\, (0{,}5\, s)^2$
$= 2{,}5$ m – 1,25 m $= 1{,}25$ m
Sehingga $y_D = 10\, m + 1{,}25\, m = 11{,}25\, m$.
Nilai x_D dicari persamaan
$x_D = v_A \cos a\, t_D = \left(10 \frac{m}{s}\right) \cos 30\,°\,(0{,}5\, s)$
$= 2{,}5\sqrt{3}$ m.
Dengan demikian koordinat titik puncak lintasan adalah (x_D, y_D) = (2,5$\sqrt{3}$; 11,25 m).

c. Bola jatuh di tanah di titik C, dengan y_C = 0 m.
Substitusi nilai ini ke dalam persamaan $y_C - y_A = v_{Ay}\, t_C - \frac{1}{2}\, g\, t_C{}^2$, dengan $t_C = t_{AC}$, yaitu waktu yang dibutuhkan bola untuk bergerak dari A ke C.
$0 - (10\, m) = (5\, m/s)\, t_C - 1/2\, (10\, m/s^2)\, t_C{}^2$

Tanpa menuliskan satuan, persamaan diatas menjadi
$5\, t_C^2 - 5\, t_C - 10 = 0$
atau $t_C{}^2 - t_C - 2 = 0$
Penyelesaian persamaan kuadrat ini menghasilkan, $t_C = 2s$, (mengapa hanya satu penyelesaian yang dipakai?)
Sehingga $x_C = v_{Ax} t_C = (5\sqrt{3})(2\, s) = 10\sqrt{3}\, m/s$.
Dengan demikian koordinat titik jauh c adalah (x_C, y_C) = $(10\sqrt{3}\, m/s; \theta)$

10. Dua buah peluru ditembakan bersamaan dari atas menara setinggi 140 m, dengan kecepatan awal yang sama sebesar 50 m/s. Bila peluru pertama ditembakan ke arah atas, sedangkan peluru kedua ditembakan ke arah bawa dan masing-masing membentuk sudut 30° terhadap horizontal, tentukan
    a. Selisih waktu yang diperlukan kedua peluru untuk sampai di tanah,
    b. Selisih jarak horisontal kedua peluru ketika sudah sampai di tanah (BC).



Gambar 2.14.

Penyelesaian:

a. Untuk peluru yang ditentukan ke atas (peluru 1),

$y_C - y_A = v_{Ay}\, t + \frac{1}{2}(-g)t^2$, dengan $t = t_{AC}$

$0 - (140\, m) = (+50\, m/s) sin\, 30°\, t + ½\, (-10\, m/s^2)t^2$

Tanpa menuliskan satuan, maka

$0 = 140 + 25\, t - 5\, t^2$

atau $t^2 - 5\, t - 28 = 0$ (1)

Penyelesaian persamaan kuadrat, Pers.(1), menghasilkan t = 8,35 s

Untuk peluru yang ditembakan ke bawah (peluru 2),

$y_B - y_A = (-v'_{Ay})\, t' + \frac{1}{2}(-g)(t')^2$, dengan $t' = t_{AB}$

$0 - (140\, m) = (-50\, m/s)\, sin\, 30°\, t'$
$+ ½\, (-10\, m/s^2)\, (t')^2$

Sekali lagi, tanpa menurunkan satuan,

$0 = 140 - 25\,t' - 5\,(t')^2$

atau

$(t')^2 + 5\,t' - 28 = 0$ (2)

Penyelesaian Pers.(2), menghasilkan

$t' = 3{,}35\ s$

Jadi selisih waktu yang diperlukan kedua peluru untuk sampai di tanah adalah

$\Delta t = t - t' = 8{,}35\ s - 3{,}35\ s = 5\ s$

b. Jarak horisontal kedua peluru ketika sudah sampai di tanah, dihitung sebagai berikut:

Untuk peluru 1:

$x_C = v_A \cos 30\,°\, t = (5o\ m/s) \cos 30\,°\,(8{,}35\ s)$

$= 361{,}56\ m$

Untuk peluru 2:

$x_B = v_A cos\ 30°\ t_{AB} = (50 m/s) cos\ 30°\ (3{,}35\ s)$

$= 145{,}06\ m$

Jadi selisih jarak horisontal kedua peluru ketika sudah sampai di tanah (BC) adalah

$x_{BC} = x_C - x_B = 361{,}56\ m - 145{,}06\ m$

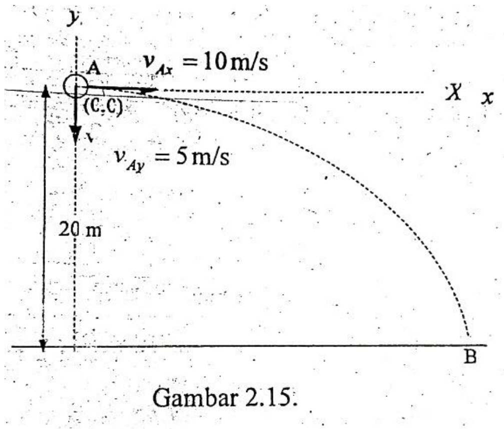
$= 216{,}5\ m$

1

11. Dari sebuah "gondola" (papan pengangkut orang untuk mengecat dinding luar gedung yang sangat tinggi) yang sedang bergerak turun dengan laju 5 m/s, sebuah bola dilempar dengan kecepatan 10 m/s ke arah horisontal. Bola tadi dilempar ketika ketinggian gondola adalah 20 meter di atas tanah.
    a. Sketsalah lintasan bola dengan memberikan keterangan yang diperlukan
    b. Tentukan posisi bola itu ketika menhentuh tanah
    c. Berapakah kecepatan bola itu ketika menyentuh tanah? (Tuliskan dalam bentuk vektor)

Penyelesaian:

a. Bola dilempar horisontal dengan 10 m/s, sementara gondola dimana orang dan bola berada bergerak turun dengan kecepatan vertikal 5 m/s. Ini berarti bahwa ketika di A bola mempuyai kompone kecepatan v_{Ax} = 10 m/s dan v_{Ay} = 5 m/s. Karena itu lintasan bola adalah parabolis dari A ke B seperti yang terlihat pada



Gambar 2.15.

b. Perhatikan gerak bola dari A ke B.

Komponen y:

$y_B - y_A = v_{Ay}t + \frac{1}{2}a_y t^2$

$-20\,m - 0 = (-5\,m/s)t + ½\,(-10\,m/s^2)t^2$

Tanpa menuliskan satuannya dan membagi ruas kiri dan kanan dengan 5, persamaan ini dapat ditulis menjadi

$t^2 + t - 4 = 0$

Persamaan kuadrat ini menghasilkan $t =$ 1,56 s (mengapa?)

Posisi B di tunjukan oleh

$x_B = v_{Ax}t = (10\,m/s)(1{,}56\,s) = 15{,}6\,m$

Jadi posisi bola ketika menyentuh tanah adalah

$x_B = 15{,}6\,m$

c. Karena dalam arah x bola begerak dengan kecepatan konstan, maka $v_{Bx} = v_{Ax} = 10\ m/s$.

Pada arah y:

$$v_{By} = v_{Ay} + a_y t$$
$$= -5\ m/s + (-10\ m/s^2)(1{,}56\ s)$$
$$= -5\ m/s - 15{,}6\ m/s = -20{,}6\ m/s$$

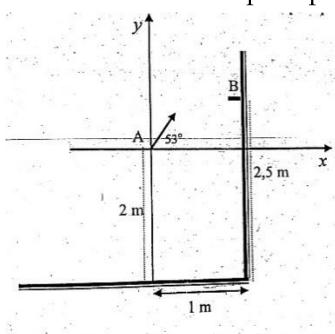
Dengan demikian kecepatan bola ketika menyentuh tanah adalah

$$v_B = (10\ \hat{\imath} - 20{,}6\ \hat{\jmath})\ \text{m/s}$$

12. Seorang pebasket berdiri pada jarak horisontal 1m dari lubang jaring bola basket. Pebasket itu membidikkan bola dengan arah 53° terhadap horisontal. Bila tinngi bola ketika dilempar dari tangan pemain adalah 2 m, sementara lubang jaring posisina pada ketinggian 2,5 m, dengan kecepatan berapa bola itu harus dilemparkan agar masuk ke jaring itu, (bola dan lubang jaring di anggap sebagai titik)

Penyelesaian:

Karena bola tidak dilemparkan secara vertikal, sedangkan percepatan gravitasi vertikal maka bola bergerak parabolis. Karena itu perlu ditetapkan sumbu x dan y. Dalam soal ini sumbu-sumbu tersebut adalah seperti pada Gambar 2.16



Gambar 2.16.

Dari gambar dapat dituliskan bahwa,

$v_{Ax} = v_A \cos 53° = 0{,}6 v_A$,

dan

$v_{Ay} = v_A \sin 53° = 0{,}8 v_A$

Tinjauan gerak bola dari A ke B. Untuk komponen x berlaku

$x_B - x_A = v_{Ax} t = 0{,}6\, v_A t$

$(1 - 0) m = v_{Ax} t = (0{,}6\, v_A \text{ m/s}) t$,

sehingga

$$v_A t = \frac{10}{6} m$$

Untuk komponen y berlaku

$y_B - y_A = v_{Ay} t - \frac{1}{2} g t^2$

$(2{,}5 - 2) m = 0{,}8\, v_A t - 5\, t^2$

Substitusi Pers.(1) ke persamaan terakhir menghasilkan

$(5 m/s^2) t^2 - 0{,}8(10/6\, m) + 0{,}5\, m = 0$

Solusi persamaan kuadrat ini menghasilkan

$t = 0{,}4\, s$.

Substitusi hasil ini ke Pers.(1) menghasilkan

$$v_A = \frac{(10/6m)}{0{,}4\, s} = 4{,}2\, m/s$$

Jadi agar masuk ke jaring, maka bola harus dilempar dengan kecepatan $v_A = 4{,}2\, m/s$

Catatan

Dalam permainan basket, kalau bola masuk jaring, bola pasti masuk dari atas dan sedang bergerak turun. Ini berarti bahwa bola tersebut telah melampui titik puncak parabola. Ini hanya mungkin bila jarak horisontal 1 m lebih besar dari jarak horisontal ke puncak parabola.

Jika puncak parabola disebut titik P, maka $v_{Py} = 0$.

Waktu untuk mencapai titik puncak dicari dari

$v_{Py} = v_{Ay} - g t_P$, dengan $t_P = t_{AP}$

$$0 = 0{,}8 v_A - \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t_P$$

$$= 0{,}8(4{,}2\, m/s) - (10\, m/s^2) t_P$$

Jadi

$$t_P = 0{,}34\, s$$

Sehingga

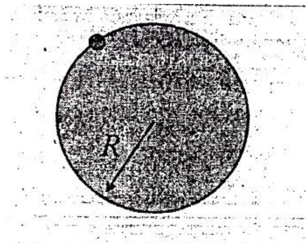
$$x_P = v_{Ay} t_P = (0{,}6 v_A)\, t_P$$

$$= [0{,}6(4{,}2\,m/s)]0{,}34\,s \;=\; 0{,}86\,m \;<\; 1\,m$$

Jadi ternyata benar, bola telah melampui titik puncaknya.

13. Sebuah roda yang diameternya 3 m mempunyai kecepatan sudut yang berkurang secara serbasama dari 100 rpm hingga berhenti dalam waktu 4 s. Hitunglah percepatan tangensial dan juga percepatan radial sebuah titik di tepi roda pada saat t = 2 s.

Penyelesaian:



Gambar 2.17.

Kecepatan sudut roda yang berkurang secara serbasama berarti bahwa roda itu berputar dengan percepatan sudut a yang konstan. Untuk benda yang berputar dengan a konstan berlaku GMBB

$$\omega = \omega_r + at$$

Karena setelah 4 s, roda berhenti berputar, maka dapat ditulis

$$0 = \left(100 \times \frac{2\pi}{60}\ \mathrm{rad/s}\right) + a(4s)$$

Dari hubungan terakhir ini a dapat dicari, dan besarnya adalah

$$a = -\left(\frac{50\pi}{60}\right)\mathrm{rad/s^2}$$

Tanda (-) disini menyatakan bahwa roda berputar dengan perlambatan.

Selanjutnya percepatan tangensial didapat dari

$$a_r = Ra = (1{,}5\,m)\left(\frac{50\pi}{60}\right)rad/s^2 = 3{,}93\,m/s^2$$

Jadi percepatan tangensial titik tersebut adalah konstan, tidak tergantung pada waktu dan besarnya adalah $a_r = 3{,}93\ \mathrm{m/s^2}$

Kalau percepatan tangensial konstan, tidak demikian halnya dengan percepatan normal. Percepatan normal, atau percepatan sentripetal tergantung pada nilai kecepatan sudut, yaitu

$a_r = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} = \omega^2 R$

Karena sudut ω berubah dengan waktu, diperlambat, maka nilai ω pada t = 2s perlu dicari terlebih dahulu dengan menggunakan Pers.(1).

Untuk t = 2 s

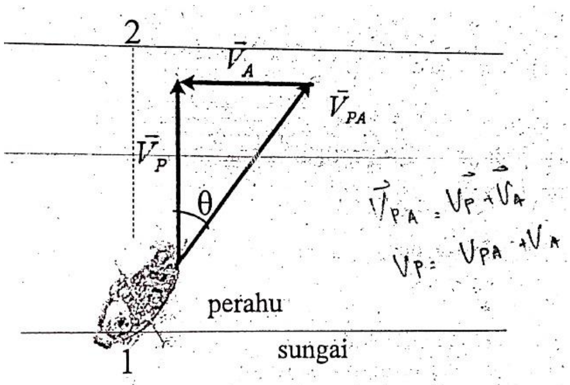
$$\omega^2{}_2 = \omega^2{}_o + a(2\ s)$$
$$= \left(100\ \times \frac{2\pi}{60}\ rad/s\right) + \left[-\left(\frac{50\pi}{60}\right) rad/s^2\right](2s)$$
$$= \left(\frac{5\pi}{3}\ rad/s\right)$$

Substitusi hasil ini ke dalam Pers.(2) menghasilkan,

$a_r = \omega^2 R = (\frac{5\pi}{3} rad/s)^2$ (1,5 m) = 4,17π^2 m/s²

Jadi percepatan normal pada t = 2s adalah a_r = 4,17π^2 m/s²

14. Sebuah perahu hendak diseberangkan dari titik 1 ke titik 2. Namun karena arus mengalir ke kiri seperti di Gambar 2.18, maka pengemudi mengarahkan perahunya sesuai arah v_{PA} yang besarnya adalah v_{PA} = 1,85 m/s. v_{PA} adalah kecepatan perahu relatif terhadap arus sungai. Jika laju arus sungai adalah v_A = 1,20 m/s ke kiri, hitunglah sudut θ.



Gambar 2.18.

Penyelesaian:

Gerak perahu adalah terlihat pada Gambar 2.18, dengan v_P dan v_A masing-masing adalah kecepatan perahu dan kecepatan air relatif terhadap tepi sungai. Dari gambar terlihat bahwa

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{PA} + \vec{v}_A$$

Dari diagram diperoleh

$$\sin\theta = \frac{v_A}{v_{PA}} = \frac{1,20\ m/s}{1,85\ m/s} = 0,65$$

atau

$$\theta = sin^{-1}\ 0,65 = 40,4°$$

Jadi agar dapat tiba di titik 2, maka perahu harus diarahkan dengan sudut $\theta = 40,4°$

BAB III
DINAMIKA PARTIKEL

2

Gaya $\vec{F}$ sering dipahami sebagai dorongan atau tarikan terhadap suatu benda. Pada awalnya benda dianggap secara alami memiliki kecenderungan berada dalam keadaan diam. Barulah kemudian Galileo menyatakan bahwa benda cenderung mempertahankan keadaan gerak atau diamnya benda. Perkembangan berikutnya adalah munculnya hukum pertama, kedua dan ketiga dari Newton.

A. Hukum Pertama Newton

Menyatakan jika tidak ada gaya yang bekerja pada benda, maka benda yang semula diam akan tetap diam, sedangkan benda yang sedang bergerak dengan kecepatan konstan akan tetap bergerak dengan kecepatan konstan tersebut. Secara matematis dapat dinyatakan, jika $\sum \vec{F} = 0$ maka $\vec{v} =$ tetap.

Tampaklah bahwa yang menyebabkan benda berubah adalah gaya yang bekerja pada benda tersebut. Padahal jika kecepatan tidak konstan berarti benda memiliki percepatan. Jadi gaya yang bekerja pada benda itulah yang menyebabkan benda memiliki percepatan.

Perubahan percepatan benda yang terkena gaya bergantung pada resintansi benda terhadap perubahan keadaan geraknya. Resistansi inilah yang dikenal sebagai resistansi inersia. Massa adalah ukuran inersia suatu benda. Semakin besar massa suatu benda maka semakin sukar benda tersebut mengalami perubahan terhadap keadaan geraknya.

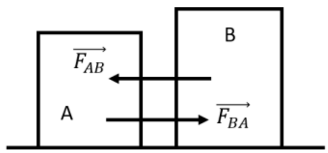
B. Hukum Kedua Newton

Total gaya yang bekerja pada benda akan menghasilkan percepatan tunggal dalam arah sesuai dengan resultan gaya tersebut. Besar perpercepatan bergantung pasa massa benda sesuai dengan rumusan $\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\overrightarrow{dv}}{dt}$. Hal yang sering dilupakan, bahwa rumusan tersebut adalah pernyataan secara vektor, sehingga saat memilih tanda positif bagi suatu gaya berarti arah gaya $\vec{F}$ itulah yang diikuti oleh arah percepatannya, karena secara tidak disadari di ruas kanan telah dipilih arah positif bagi arah percepatan $\vec{a}$. Bila dalam perhitungan didapat nilai percepatan yang negatif berarti sistem mengalami perlambatan. Sebagai catatan, bahwa Hukum kedua Newton tidak hanya berlaku bila massa adalah konstan. Pada kasus gerak roket yang masanya selalu berubah akibat bahan bakar yang dibawanya menyusut karena terbakar, berarti massa totalnya selalu berubah yang berakibat timbulnya gaya dorong pada roket tersebut.

$$\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} = m\vec{a} + \vec{F}_{dorong}$$

C. Hukum Ketiga Newton

Semua gaya interaksi di antara dua benda selalu merupakan pasangan gaya (Gambar 3.1). Tumbukan di antara dua perahu, yaitu perahu A dan perahu B berarti A memberi gaya aksi $\vec{F}_{BA}$ pada B dan pada saat yang sama B memberikan gaya reaksi $\vec{F}_{AB}$ kepada A. Kedua gaya yang berasal dari A dan dari B adalah sama besar, berlawanan arah dan bekerja pada benda yang berbeda, pasangan gaya inilah yang disebut pasangan gaya aksi dan reaksi, yaitu $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$.



Gambar 3.1

Catatan

1. Hukum Newton bekerja pada kerangka inersial yang tidak dipercepat. Namun bila kerangka inersial mengalami percepatan biasanya diadakan penyesuaian. Misalnya dalam konsep gerak melingkar tidak dikenal gaya sentrifugal namun hanya ada gaya sentripetal yang mengarah ke pusat lingkaran. Gaya sentrifugal adalah gaya semu yang diadakan untuk menyesuaikan dengan konsep hukum newton tersebut. Lihatlah contoh soal untuk gerak melingkar pada halaman selanjutnya.
2. Gaya yang bekerja pada benda dengan arah tegak lurus percepatan benda akan mengakibatkan arah kecepatan selalu

berubah tetapi besar kecepatan (laju) benda konstan. Contoh benda yang bergerak melingkar dengan kecepatan konstan, adalah karena benda terkena benda sentipetal dengan arah tegak lurus kecepatan, jadi menuju pusat lingkaran.

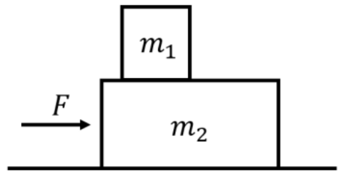
Dalam pengertian gaya secara sederhana, dikenal gaya tegangan tali T yaitu gaya pada tali yang mengalami tarikan pada gaya pegas yang merupakan gaya pemulihan panjang pegas kembali pada kondisi normal tanpa tekanan maupun tarikan, sesuai dengan hukum Hooke $F = -kx$, untuk k merupakan tetapan pegas yaitu gaya [N] per satuan panjang yang diperluakan untuk memanjangkan atau memendekan pegas. Gaya lain yang sering digunakan adalah

1. Gaya berat $W = mg$ yaitu gaya pada benda bermasa m akibat gaya tarik gravitasi bumi yang memiliki percepatan gravitasi g. Arah gaya berat selalu menuju pusat bumi. bila ketinggian dinyatakan dengan y, artinya $y = 0$ adalah di permukaan bumi maka vektor perpindahan $d\vec{y} = +\hat{j}dy$, sehingga gaya berat dinyatakan dengan $\vec{W} = -j\, mg$. pengertian ini penting saat perhitungan kerja.
2. Gaya Normal adalah gaya pada benda akibat dorongan lantai kepada benda. Arah gaya normal selalu tegak lurus keluar lantai. Walaupun besarnya sama dengan gaya tekan benda kepada lantai tetapi gaya normal dan gaya berat bukanlah pasangan aksi dan reaksi, karena keduanya bekerja pada benda yang sama. Penentuan gaya normal dapat dilakukan dengan total gaya dengan arah tegak lurus lantai selalu nol, yaitu $\sum \vec{F}_{lantai} = 0$. Dalam penyelesaian soal, gunakan langkah ini pada setiap benda untuk mengiringi penulisan Hukum Kedua Newton bagi gaya yang sejajar dengan lantai $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.
3. Gaya Gesek adalah gaya yang timbul akibat adanya gesekan di antara dua permukaan benda. Arah gaya gesek selalu melawan arah gerak benda. Benda bermassa m dikenai gaya kecil F tidak bergeser, tetapi bila gaya tersebut di perbesar terus hingga benda tepat akan bergerak maka besar gaya

gesek mencapai maksimum yaitu $f_s = \mu_s N$ yang disebut gaya gesek statik maksimum. Artinya nilai gaya gesek dimulai dari nol sampai dengan $\mu_2 N$. Bila gaya pada benda diperbesar melebihi $f_x = \mu_2 N$ benda akan bergerak dan gaya gesek yang bekerja pada benda menjadi lebih kecil di bandingkan dengan f_s yaitu $f_k = \mu_k N$. Hal ini dikarenakan secara eksperimental didapatkan bahwa $\mu_s > \mu_k$

D. Contoh soal

1. Balok bermasa $m_1 = 2$ kg dalam keadaan diam diatas $m_2 = 5$ kg berada di atas lantai licin (Gambar 3.2). Koefesien gesekan statik dan kinetik antara m_1 dan m_2 secara berurutan adalah $\mu_1 = 0{,}4$ dan $\mu_2 = 0{,}2$. Gaya $\vec{F}$ horizontal dikenakan pada m_2 Tentukan:

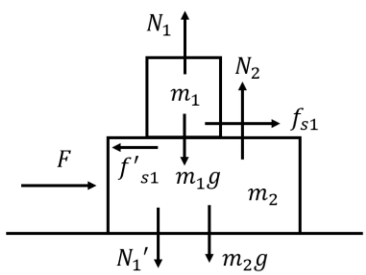


Gambar 3.2

   a. Percepatan m_1 dan $m_2$ketika m_1 tepat akan bergerak terhadap m_2
   b. Besar gaya $\vec{F}$ pada saat tersebut

Penyelesaian :

a. Perhatikan Gambar 3.3 saat m_2 dikenai gaya $\vec{F}$ maka antara m_1 dan m_2 bekerja gaya gesek. Bila gaya $\vec{F}$ kecil dan belum menyebabkan m_1 bergeser terhadap m_2, maka pada kedua permukaan benda bekerja gaya gesek statik yang arahnya saling berlawanan sesuai hukum ketiga Newton. Gaya gesek berfungsi menarik m_2 kekanan, sehingga hukum kedua newton untuk m_1 adalah



Gambar 3.3

$\sum F_y = 0$ atau $N_1 - m_1 g = 0$ sehingga $N_1 = m_1 g$

$\sum F_x = m_1 a$ atau $f_{s1} = \mu_{s1} m_1 g$

$= m_1 a$

$= 0{,}4 \times 4\text{kg} \times 10\ \text{m/s}^2$

$= 16\ \text{N}$

Kedua benda tidak saling bergeser sehingga percepatan keduanya sama, yaitu

$a_1 = a_2 = a = \mu_{s1} g = 0{,}4 \times 10\ m/s^2$

$= 4\ m/s^2$

b. hukum kedua newton untuk m_2

$$\sum F_y = 0 \text{ atau } N_2 - N_1' - m_2 g = 0$$

Sehingga $N_2 = N_1' + m_2 g$ dengan $N_1' = N_1$

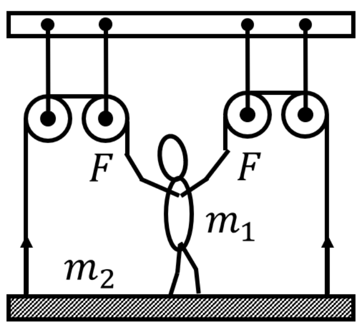
$$\sum F_x = m_2 a$$

Sehingga $F - f'_{x1} = m_2 a$ dengan $f'_{x1} = f_{x1}$

$F = m_2 a + f'_{x1} = 4\ kg \times 4\ m/s^2 + 16\ \text{N}$

$F = 32\ \text{N}$

2. Seseorang bermassa $m_1 = 50\ kg$ berdiri di atas landasan bermassa $m_2 = 110\ kg$ yang menggantung terkait dengan tali dan katrol seperti pada Gambar 3.4. Agar orang tersebut dapat naik $a = 2\ m/s^2$ dia harus menarik dua ujung tali masing-masing dengan gaya sebesar F. Tentukan gaya F tersebut.



Gambar 3.4

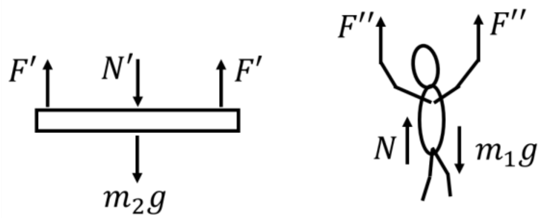
Penyelesaian:

Diagram gaya pada lantai dan orang ditunjukkan pada gambar 3.5.

Hukum Kedua Newton pada orang (m_1) adalah

$$F_1 = m_1 a_1 = m_1 a$$

$$2F'' + N - m_1 g = m_1 a \qquad (1)$$



Gambar 3.5

Gambar kiri lantai terkena gaya tarik dua tali masing-masing F', lantai tertekan oleh berat orang N' dan lantai memilili berat $m_2 g$. Gambar kanan adalah gaya-gaya pada orang saat tertarik oleh gaya tali F'', orang juga memiliki berat $m_1 g$ dan orang mengalami gaya normal oleh lantai sebesar N, sehingga $N' = N$.

Hukum kedua Newton pada landasan (m_2) adalah $\left(\sum \vec{F}\right)_2 = m_2 \vec{a}$

$$2F' - N' - m_2 g = m_2 a \qquad (2)$$

Karena $F' = F'' = F$ maka dari pers.(1) + pers.(2) didapat

$$4F = (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{4F}{(m_1 + m_2)} - g$$

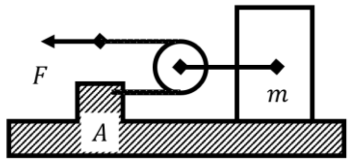
$$F = \frac{(m_1 + m_2)}{4}(a + g)$$

$$= \frac{1}{4}(50 + 110)kg \times (2 + 10)m/s^2$$

Jadi orang tersebut menarik tali dengan gaya sebesar

$F = 4.800$ N

3. Sebuah balok bermassa $m = 4\ kg$ berada diatas bidang datar. Balok diikatkan pada poros suatu katrol secara horisontal. Salah satu ujung tali ditambatkan pada titik A, ujung tali yang lain ditarik dengan gaya F hingga balok memiliki percepatan $a = 5\ m/s^2$ seperti pada Gambar 3.6. Bila antara balok dengan lantai tidak ada gesekan dan massa katrol serta tali diabaikan, tentukan gaya horisontal F.

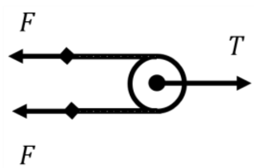


Gambar 3.6

Penyelesaian:

Perhatikan diagram gaya pada gambar 3.7. Karena massa tali dan katrol diabaikan maka persamaan gaya pada poros katrol adalah

$T - 2F = 0$ yaitu $T = 2F$



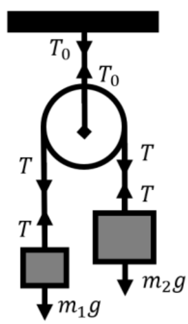
Gambar 3.7

Hukum kedua Newton pada balok

$T = 2F = ma = 4\ kg \times 5\ m/s^2$

Jadi besar gaya yang diberikan adalah $F = 10$ N

4. Dua benda bermasa $m_1 = 2\ kg$ dan $m_2 = 3\ kg$ keduanya tergantung pada suatu kontrol seperti Gambar 3.8. Tentukan percepatan m_1 dan m_2 serta teganga tali T dan T_0



Gambar 3.8

Penyelesaian:

Persamaan gaya masing-masing benda adalah $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Anggaplah benda bergerak kekanan dan gunakan arah kekanan adalah arah positif hingga hukum kedua Newton

Untuk $m_1 : T - m_1 g = m_1 a$

$$T = m_1(g + a) \quad (1)$$

Untuk $m_2 : m_2 g - T = m_2 a$

$$T = m_2(g - a) \quad (2)$$

Gunakan Pers. (1) = Pers. (2) maka didapat

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right) g = \left(\frac{3-2}{3+2}\right) \times 10 m/s^2$$

$$a = 2\ m/s^2 \quad (3)$$

subtitusikan pers.(3) ke pers.(1) maka didapat

$$T = m_1(g + a) = 2\ \text{kg} \times (10 + 2)\text{m}/s^2 = 24\text{N}$$

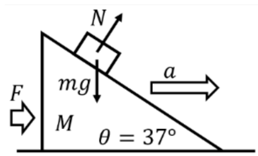
Jadi tegangan tali penahan benda adalah $T = 24$ N

Tegangan tali di atas katrol

$$T_0 = 2T = 2 \times 24\ \text{N}$$

Jadi tegangan tali penahan katrol adalah $T_0 = 48$ N

5. Balok bermasa $m = 10$ kg berada diatas bidang miring yang bermasa M = 200 kg (gambar 3.9). Misal antara balok dengan lantai tidak ada gesekan.

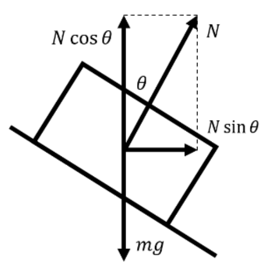


Gambar 3.9

a. Tentukan gaya horizontal F yang diberikan pada bidang miring agar posisi balok tidak tergeser ke atas ataupun ke bawah
b. bahaslah untuk $\theta = 0°$ dan $\theta = 45°$

Penyelesaian:

a. Agar posisi balok tidak tergeser keatas maupun kebawah maka percepatan bagi bidang miring sama dengan percepatan balok sehingga persamaan gaya adalah sebagai berikut (gunakan gambar 3.10).



Gambar 3.10

$$\sum F_{horizontal} = N\sin\theta = ma \quad (1)$$

$$\sum F_{vertikal} = N\cos\theta = mg \quad (2)$$

Lakukan pembagian $\frac{pers.(1)}{pers.(2)}$ maka

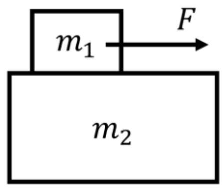
$$\tan\theta = \frac{a}{g} \quad (3)$$

gaya horizontal yang diberikan pada bidang miring agar posisi balok m tidak tergeser keatas maupun kebawah.

$$F = ma = mg\tan\theta = 10\ \text{kg} \times 10\ \text{m/s}^2 \times \frac{3}{4}$$

Jadi, $F = 75\ \text{N}$

6. Dua buah balok bermassa $m_1 = 2$ kg dan $m_2 = 3$ kg balok 1 diletakkan di atas balok 2 dan di antara keduanya terdapat gesekan dengan koefisien gesek statik $\mu_s = 0{,}4$ dan koefisien gesekan kinetik $\mu_k = 0{,}2$, sedangkan di antara balok 2 dengan lantai tidak ada gesekan. Balok 1 dikenai gaya F seperti pada Gambar 3.11.

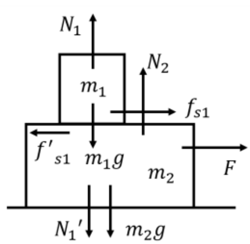


Gambar 3.11

   a. Bila balok 1 dikenai gaya F yang kecil sehingga kedua balok masih dapat bergerak bersama, gambarkan diagram gaya pada balok 1 dan balok 2.
   b. Tentukan percepatan kedua balok tersebut
   c. Tentukan gaya F saat diantara kedua balok terjadi selip yaitu tidak bergerak bersama.

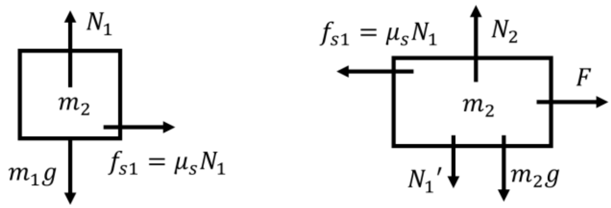
Penyelesaian:

a. Gambar 3.12 di samping adalah diagram gaya pada gabungan m_1 dan m_2.



Gambar 3.12

b. Gambar 3.13 di bawah ini adalah diagram gaya pada m_1 dan m_2 adalah



Gambar 3.13

c. Gaya penggerak sistem benda adalah F berarah ke kanan. Jadi arah percepatan yang dihasilkan juga ke kanan. Pilih arah kanan arah positif agar kedua balok bergerak bersama, maka gaya F tidak boleh melebihi gaya gesek statik maksimum di antara keduanya,

$F \le f_{x1}$

$(m_1 + m_2)a = \mu_{s1} N_1$

Sehingga percepatan maksimum pada kedua balok adalah

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{\mu_{x1} N_1}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}4 \times 2\ \mathrm{kg} \times 10\ \mathrm{m/s^2}}{2\ \mathrm{kg} + 3\ \mathrm{kg}}$$

$a = 1{,}6\ \mathrm{m/s^2}$

d. Agar diantara kedua balok terjadi selip yaitu tidak begerak bersama, maka gaya F harus lebih besar dari pada gaya gesekan statik di antara keduanya

$F > \mu_s N (= 0{,}4 \times 2\ \mathrm{kg} \times 10\ \mathrm{m/s^2} = 8\mathrm{N})$

Sehingga besar gaya F pada balok 1 saat terjadi selip adalah

$$f_{x1} = \mu_{s1} m_1 g = m_2 a = m_2 \left(\frac{F}{m_1 + m_2}\right)$$

Besar gaya F pada balok 1 saat terjadi selip adalah

$$F = \mu_{s1} m_1 g \frac{(m_1 + m_2)}{m_2}$$

$$= \frac{0{,}4 \times 2\ \mathrm{kg} \times 10\ \mathrm{m/s^2} \times (2\ \mathrm{kg} + 3\ \mathrm{kg})}{3\ \mathrm{kg}}$$

$$F = \frac{40}{3}\,\mathrm{N}$$

Sehingga percepatan balok 1 adalah

$$a_1 = \frac{F - f_{k1}}{m_1} = \frac{F - \mu_{k1} m_1 g}{m_1}$$

$$= \frac{\left(\frac{40}{3}\right)\mathrm{N} - (0{,}2 \times 2\ \mathrm{kg} \times 10\mathrm{m/s^2})}{2\ \mathrm{kg}}$$

$$a_1 = 4{,}66\ \mathrm{m/s^2}$$

Dan percepatan pada balok 2 adalah

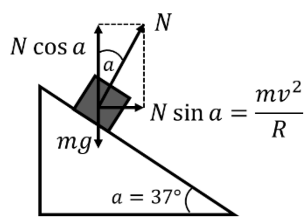
$$a_2 = \frac{f_{k1}}{m_2} = \frac{(0{,}2 \times 2\ \mathrm{kg} \times 10\mathrm{m/s^2})}{3\ \mathrm{kg}}$$

Jadi percepatan balok 2 adalah $a_2 = 1{,}33\ \mathrm{m/s^2}$

7. Sebuah mobil bermassa $m = 3.000\ \mathrm{kg}$ bergerak dengan keceoatan v pada suatu tikungan dengan jejari $R = 120\ \mathrm{m}$ dan sudut kemiringan $a = 37°$ terhadap bidang horisontal. Tentukan kecepatan maksimum agar mobil tidak terpental

Penyelesaian:

Dari diagram gaya (**gambar** 3.14) pada mobil agar tidak terpental maka mobil harus dalam kesetimbangan. Untuk gaya pada arah horisontal,(sumbu x),$\sum F_x = 0$



Gambar 3.14

$$N \sin a = m\frac{v^2}{R} \qquad (1)$$

Dan syarat kesetimbangan **untuk** gaya pada arah vertikal (sumbu y), $\sum F_y = 0$

$$N \cos a = mg \qquad (2)$$

Gunakan Pers.(1)/Pers.(2)

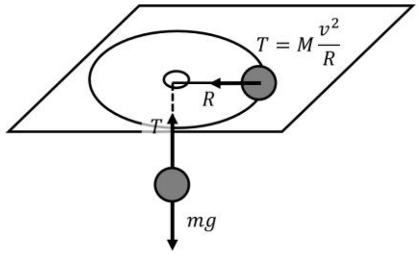
$$\tan a = \frac{v^2}{Rg}$$

$$v = \sqrt{Rg \tan a} = \sqrt{120\ \mathrm{m} \times 10\ \mathrm{m/s^2} \times 0{,}75}$$

Jadi kecepatan maksimum agar mobil tidak terpental

$v = 30\ \mathrm{m/s}$

8. Untuk kajian tentang percepatan sentripetal tinjaulah suatu bola bermassa M merekat pada ujung tali bergerak melingkar dengan jejari R dan dengan kecepatan konstan pada bidang datar tanpa gesekan ujung tali lain dilewatkan lubang yang berada tepat di pusat lingkaran dan pada ujung ini digantungkan benda bermassa m sepeti pada Gambar 3.15. tentukan percepatan sentrifugal pada massa M tersebut, bila sistem dalam kesetimbangan. Berikan ulasan tentang peran gaya sentripetal.



Gambar 3.15

Penyelesaian:

Gaya yang sebenarnya berperan adalah gaya sentripetal dengan rah menuju ke pusat lingkaran. Sistem dalam kesetimbangan, maka

$$\sum F_x = F_{sentripetal} = M\frac{v^2}{R} = T$$

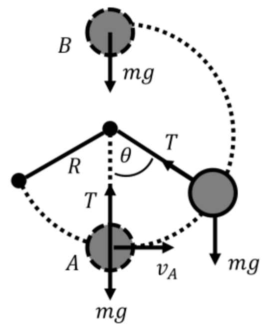
Dari diagram gaya maka kesetimbangan pada masing-masing benda adalah

$$\sum F_y = 0 \qquad T = mg$$

Dari kedua peramaan tersebut maka percepatan sentripetal pada benda memiliki arah menuju pusat lingkaran adalah

$$a_{sentripetal} = \frac{v^2}{R} = \frac{m}{M}g$$

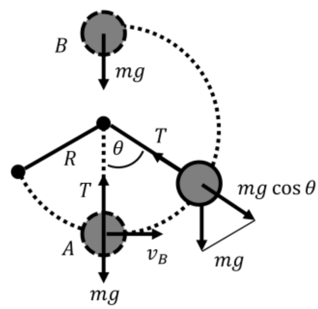
9. Bola yang beratnya 0,4 kg diikatkan pada ujung tali suatu ayunan dengan panjang tali $L =$ 80 cm ketika mencapai titik lintasan terendah berkecepatan 8 m/s. tentukan
   a. Tegangan tali saat ayunan mencapai titik terendah,
   b. Tegangan tali saat ayunan mencapai titik tertinggi.



Gambar 3.16

Penyelesaian:

a. Gaya sentripetal F_{sp} selalu mengarah ke pusat lintasan lingkaran yaitu arah sumbu y positif sepertin pada gambar 3.17. saat bola membentuk sudut θ maka



Gambar 3.17

$$\sum F_y = F_{sp} = ma_{sp}$$
$$= m\frac{v^2}{R}$$
$$= T - F_g$$
$$= T - mg\cos\theta$$

Sehingga tegangan tali T adalah

$$T = m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos\theta\right)$$

Pada posisi terendah di A untuk $\theta = 0°$ maka

$$T = m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos\theta\right)$$
$$= m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos\theta\right) = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)$$
$$= (0{,}4\ \text{kg})\left(\frac{(8\ \text{m/s})^2}{0{,}8\ \text{m}} + 10\ \text{m/s}^2\right)$$
$$= 32\ \text{N} + 4\ \text{N} = 36\ \text{N}$$

Jadi tegangan tali saat ayunan mencapai titik terendah adalah $T = 36$ N

Pada posisi tertinggi di B untuk $\theta = 180°$ maka

$$T = m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos\theta\right)$$

$$= m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos 180°\right) = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)$$

$$= (0{,}4 \text{ kg})\left(\frac{(8 \text{ m/s})^2}{0{,}8 \text{ m}} - 10 \text{ m/s}^2\right)$$

$$= 32 \text{ N} - 4 \text{ N} = 28 \text{ N}$$

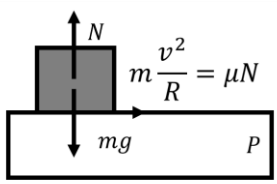
Jadi tegangan tali saat ayunan mencapai titik tertinggi adalah $T = 28$ N

10. Sebuah mobil denga massa $m = 1000$ kg emlakukan gerakan melingkar pada bidang horisontal dengan jejari $R = 100$ m dan P sebagai pusat lengkung. Jika koefisien gesek statik $\mu = 0{,}4$, gunakan $g = 10 \text{ m/s}^2$, tentukan
    a. Kecepatan mobil saat bergerak melingkar
    b. Kecepatan sudut ω pada kondisi soal a
    c. Kecepatanyang diperbolehkan agar mobil tetap dapat bergerak tanpa selip, bila mobil diberi muatan sebesar 500 kg.

Penyelesaian:

a. Perhatikan gambar 3.18. kecepatan maksimum yang dibolehkan untuk mobil ahrus memenuhi syarat bahwa gaya sentripetal yang dihasilkan oleh kecepatan mobil tidak boleh melebihi gaya gesek oleh ban

$$m\frac{v^2}{R} = \mu mg$$



Gambar 3.18

$$v = \sqrt{\mu R g} = \sqrt{0{,}4 \times 100 \text{ m} \times 10 \text{ m/s}^2} = 20 \text{ m/s}$$

Jadi kecepatan minimum mobil saat bergerak melingkar adalah $v = 20$ m/s

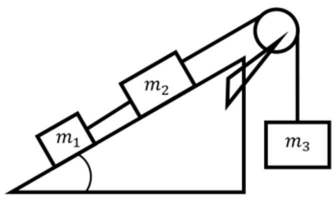
b. Kecepatan sudut adalah

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\mu R g} = \sqrt{\frac{0{,}4 \times 10 \text{ m/s}^2}{100 \text{ m}}}$$

Jadi kecepatan sudut benda adalah $\omega = 0{,}2$ rad/s

c. Tampak bahwa kecepatan tidak bergantung massa sehingga kecepatan maksimum tidak berubah

11. Dua buah balok masing-masing bermassa $m_1 =$ 3 kg dan $m_2 = 5$ kg. kedua digandeng dengan tali tak bermssa dan bergerak pada bidang berkemiringan $\theta = 37°$ sedangkan ujung tali yang lain dihubungkan balok ketiga bermassa $m_3 = 15$ kg dalam posisi menggantung seperti pada gambar 3.18. koefisien gesekan antara balok dengan bidang miring adalah $\mu_s = 0{,}4$ dan $\mu_s = 0{,}2$.



Gambar 3.19

a. Tentukan massa balok ketiga agar benda tepat akan bergerak.
b. Bila tali diantara balok 1 dan balok 2 putus, tentukan percepatan balok 1 dan balok 2 pada bidang miring.

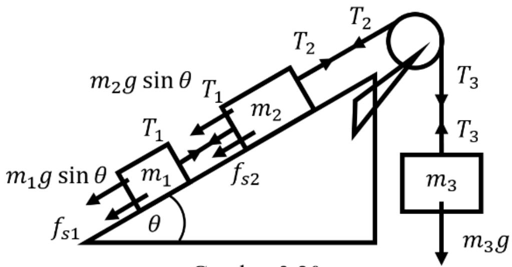
Penyelesaian:

a. Gunakan diagram gaya pada gambar 1.19 untuk menyelesaikan soal ini. Misalkan benda akan bergerak ke kanan, maka pilih arah ke kanan adalah arah positif, sehingga persamaan gaya pada masing-masing benda adalah

$T_1 - m_1 g \sin\theta - f_{s1} = m_1 a$ (1)

$T_2 - T_1 - m_2 g \sin\theta - f_{s2} = m_2 a$ (2)

$+m_3 g - T_3 = m_3 a$ (3)



Gambar 3.20

Bila ketiga persamaan tersebut dijumlahkan dan gunakan $T_2 = T_3$ karena massa piringan dan tali serta gesekan di antara keduanya diabaikan maka percepatan sistem

$$a = \frac{+m_3 g - (m_1 + m_2) g \sin\theta - \mu_s (m_1 + m_2) g \cos\theta}{m_1 + m_2 + m_3} = 0$$

artinya benda dalam keadaan diam dan tepat akan bergerak sehingga

$m_3 = (m_1 + m_2) \sin\theta + \mu_s (m_1 + m_2) \cos\theta$

$m_3 = (m_1 + m_2) \times (\sin\theta + \mu_s \cos\theta)$

$m_3 = (3 \text{ kg} + 5 \text{ kg}) \times (0{,}6 + 0{,}4 \times 0{,}8)$

$m_3 = 8 \text{ kg} \times 0{,}92 = 7{,}36 \text{ kg}$

b. Bila tali di antara balok 1 dan 2 putus maka persamaan gaya pada masing-masing benda akan sesuai dengan kondisi balok 1 turun ke kiri, dan balok 2 naik ke kanan, sehingga

Untuk balok 1 gunakan $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ dengan arah kiri adalah arah positif, didapat

$+m_1 g \sin\theta - f_{k1} = m_1 a_1$ (5)

$+m_1 g \sin\theta - \mu_k m_1 g \cos\theta = m_1 a_1$

$a_1 = g(\sin\theta - \mu_k \cos\theta)$

$\quad = 10 \text{ m/s}^2 \times (0{,}6 - 0{,}2 \times 0{,}8)$

Sehingga percepatan balok 1 adalah ke kiri yaitu

$a_1 = 4{,}40 \text{ m/s}^2$

Untuk balok 2 dan 3 gunakan $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ yang akan bergerak ke arah kanan dan dipilih sebagai arah positif, sehingga didapat

$m_3 g - T_2 + T_2 - m_2 g \sin\theta - f_{s2} = (m_2 + m_3) a_2$

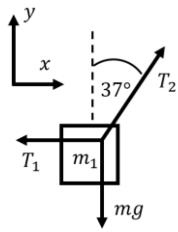
$$a_2 = m_3 g - m_2 g \sin\theta - \mu_k m_2 g \sin\theta$$
$$= m_3 g - m_2 g(\sin\theta - \mu_k \sin\theta)$$
$$= 7{,}36\text{kg} \times 10\text{m/s}^2 - 5\text{kg} \times 10\text{m/s}^2(0{,}6 - 0{,}2 \times 0{,}8)$$
$$= 73{,}6 \text{ m/s}^2 - 22 \text{ m/s}^2$$

jadi percepatan balok 2 sama dengan percepatan balok 3 adalah ke kanan yaitu $a_2 = a_3 = 51{,}6 \text{ m/s}^2$

12. Benda bermassa m digantung dengan tali seperti pada Gambar 3.20. Agar benda dalam kesetimbangan dan tegangan tali $T_1 = 80$ N,
    a. Gambarkan diagram gaya benda,
    b. Tentukan massa m dan tegangan tali T_2.

Penyelesaian:

a. Gunakan diagram gaya pada Gambar 3.21 untuk membantu menyelesaikan soal ini. Agar benda dalam kesetimbangan maka total gaya arah sumbu x dan sumbu y masing-masing sama dengan nol, sehingga



Gambar 3.21

$\sum F_x = 0 \qquad T_2 \sin 37° = T_1 \quad (1)$

$\sum F_y = 0 \qquad T_2 \cos 37° = mg \quad (2)$

Lakukan pers.(1)/pers.(2) sehingga

$$T_1 = mg \tan 37° = 0{,}75\, mg$$
$$T_1 = 0{,}75m \times 10m/s^2 = 7{,}5m = 75 \text{ N}$$
$$7{,}5\, m = 75 \text{ N}$$

Massa benda yang ditanggung adalah $m = 10$ kg

Gunakan pers.(2) maka tegangan tali

$$T_2 = \frac{T_1}{\sin 37°} = \frac{75 \text{ N}}{0{,}6} 125 \text{ N}$$

Atau gunakan pers.(1) maka tegangan tali

$$T_2 = \frac{mg}{\cos 37°} = \frac{10\,kg \times 10m/s^2}{\cos 37°} = \frac{100\text{N}}{0{,}8} = 125N$$

13. Benda bermassa m bergerak dari A pada ketinggian $y_A = h_A$ ke B dengan ketinggian $y_B = 0$. Tentukan kecepatan benda di B bila gerakan tersebut dilakukan dengan cara berbeda yaitu
    a. Jatuh bebas,
    b. Meluncur turun pada bidang miring yang licin dengan sudut kemiringan θ.

Penyelesaian:

a. Benda jatuh bebas dari A ke B dengan kecepatan $v_A = 0$ berarti benda mendapat percepatan

$$a = \sum \frac{F}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

Posisi A dengan $y_A = h_A$ dan posisi B dengan $y_B = 0$ sehingga kecepatan di B adalah

$$v_B^2 = v_A^2 - 2g(y_B - y_A) = 0 - 2g(0 - h_A) = 2gh_A$$

Sehingga, $v_B = \sqrt{2gh_A}$

b. Benda meluncur turun pada bidang miring yang licin dari A ke B, sehingga benda mendapat percepatan

$$a = \sum \frac{F}{m} = \frac{mg\sin\theta}{m} = g\sin\theta$$

Benda menempuh jarak dari A (dengan $S_a = 0$) ke B untuk

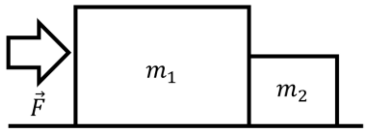
$$S_B - S_A = \frac{y_B - y_A}{\sin\theta}$$

Sehinga kecepatan di B adalah

$$\begin{aligned} V_B^2 &= V_A^2 - 2g\sin\theta(S_B - S_A) \\ &= V_A^2 - 2g\sin\theta\left(\frac{y_B - y_A}{\sin\theta}\right) \\ &= 0 - 2g(0 - h_A) \\ &= 2gh_A \end{aligned}$$

Jadi kecepatan benda di B adalah $v_B = \sqrt{2gh_A}$

14. Perhatikan Gambar 3.22, gaya horisontal ke kanan sebesar $F = 50$ N dikenakan pada balok bermassa $m_1 = 8$ kg yang berimpitan dengan balok $m_2 = 2$ kg. kedua balok ini terletak pada lantai licin.
    a. Gambarkan gaya pada masing-masing balok, terutama pasangan aksi-aksi gaya kontak $\vec{F}_{12}$ dan $\vec{F}_{21}$ di antara m_1 dan m_2.
    b. Buktikan $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} = \left(\frac{m_2}{m_1+m_2}\right)\vec{F}$.
    c. Hitunglah besar $\vec{F}_{12}$.

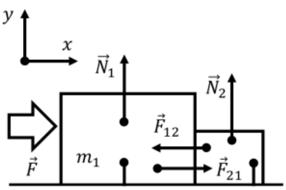


Gambar 3.22

Penyelesaian:

a. Gaya kontak antara m_1 dan m_2 dinyatakan dengan $\vec{F}_{12}$ yaitu gaya tekan pada m_1 oleh m_2 dan $\vec{F}_{21}$ yaitu gaya tekan pada m_2 oleh m_1.

   Gaya normal $\vec{N}_1$ dan $\vec{N}_2$ masing-masing adalah gaya tekan pada m_1 dan m_2 oleh lantai (Gambar 3.24).

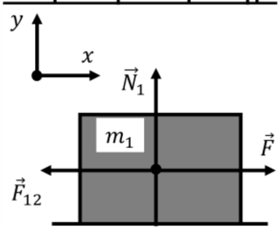


b. Perhatikan Gambar 3.25. persamaan gaya pada m_1 dalam arah sejajar lantai (sumbu x) adalah

   $F - \vec{F}_{12} = m_1 a \qquad (1)$

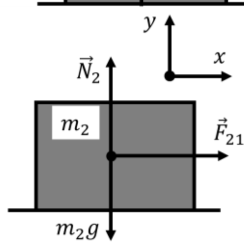
   Persamaan gaya pada m_1 dalam arah tegak lurus lantai (sumbu y) adalah

   $N_1 - m_1 g = 0 \qquad (2)$



   Perhatikan Gambar 3.26. Persamaan gaya pada m_2 arah sejajar lantai (sumbu x)

   $F_{21} = m_2 a \quad (3)$



Gambar 3.26

Persamaan gaya pada m_2 arah tegak lurus lantai (sumbu y) adalah

$$N_2 - m_2 g = 0 \qquad (4)$$

Dengan aksi-reaksi diketahui $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, berarti $F_{12} = -F_{21}$. Lakukan penjumlahan pers.(1) dan pers.(3) didapat

$$F = (m_1 + m_2)a \qquad (5)$$

Substitusikan pers.(5) ke pers.(3), maka didapat

$$F_{21} = m_2 a = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F$$

Jadi gaya F_{21} pada m_2 oleh m_1 adalah

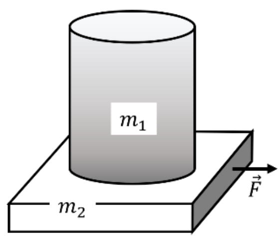
$$F_{21} = m_2 a = \left(\frac{2\text{ kg}}{8\text{ kg} + 2\text{ kg}}\right) \times 50\text{N} = 10\text{N}$$

Sedangkan gaya F_{12} pada m_1 oleh m_2 adalah

$$F_{12} = F - m_1 a = F - m_1 \left(\frac{F}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(1 - \frac{8\text{ kg}}{8\text{ kg} + 2\text{ kg}}\right) \times 50\text{ N} = 10\text{ N}$$

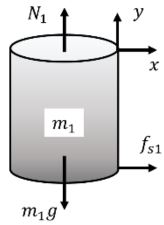
15. Sebuah gelas bermassa $m_1 = 1$ kg berada di atas *nampan* yang bermassa $m_2 = 2$ kg keduanya berada di atas meja kaca yang licin (Gambar 3.27). bila koefisien gesek statik dan koefisien gesek kinetik antara m_1 dan m_2 secara berurutan adalah $\mu_{s1} = 0{,}4$,
    a. Buktikan gaya F maksimum yang dapat siberikan pada m_2 agar gelas dapat bergerak bersama dengan nampan adalah $F = (m_1 + m_2)\mu_s g$
    b. Hitunglah gaya F maksimum tersebut.



Gambar 3.27

Penyelesaian:

a. Gaya-gaya yang bekerja pada gelas adalah seperti pada Gambar 3.28.



Gambar 3.28

Hukum kedua Newton untuk m_1 adalah

$\sum F_x = m_1 a$ $\quad f_{s1} = \mu_s m_1 g = m_1 a$

$a = \mu_s g$

$\sum F_y = 0$ $\quad N_1 - m_1 g = 0$

$N_1 = m_1 g$

Gaya-gaya yang bekerja pada nampan adalah seperti pada Gambar 3.28

Hukum kedua Newton untuk m_2 (Gambar 3.29) adalah

$\sum F_x = m_1 a \, F - f_{s1} = m_2 a$

$\sum F_y = 0$ $\quad N_2 - N_1' - m_1 g = 0$

Subtitusikan Pers.(1) pada Pers.(3)

$F - \mu_s m_1 g = m_2 a$

$F = \mu_s g m_1 + m_2 a$

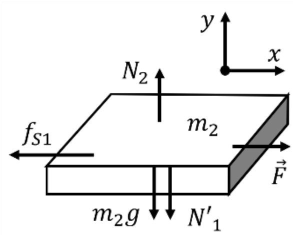
$F = (m_1 + m_2)\mu_s g$

b. $F = (m_1 + m_2)\mu_s g$

$= (1 + 2)\text{kg} \times 0{,}4 \times 10\text{m}/s^2$

$= 12 \text{ N}$

Jadi besar gaya $F = 12$ N

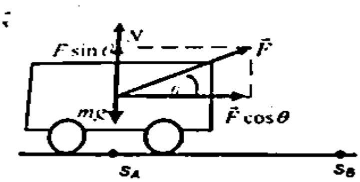


Gambar 3.29

BAB IV
USAHA DAN ENERGI

A. USAHA

1. Bila gaya searah dengan arah perpindahan benda maka kerja yang dilakukan suatu gaya sama dengan besar gaya dikalikan dengan jarak yang ditempuh selama gaya tersebut bekerja.



Gambar 4.1.

2. Secara matematika, kerja W didefinisikan sebagai hasil perkalian titik antara vektor gaya $\vec{F}$ dengan vektor perpindahan $\vec{s}$ yaitu $W = \vec{F}\vec{s} = (F\,cos\,\theta)s$. Dengan kata lain, kerja merupakan hasil kali antara komponen gaya yang searah dengan perpindahan dan besar perpindahan tersebut. Oleh karena itu, penting untuk menentukan θ. sudut antara vektor gaya dan vektor perpindahan.
3. Berdasar keadaan gaya maka kerja dapat dibedakan menjadi dua, yaitu kerja akibat gaya yang konstan dan kerja akibat gaya yang berubah terhadap posisi. Bila gaya bernilai konstan selama bekerja pada benda sehingga benda berpindah dari posisi awal ke posisi akhir, maka secara matematis, kerja adalah skalar dan dapat dinyatakan dengan perkalian titik antara $\vec{F}\ dan\ \vec{s}$ yaitu:

   $\mathrm{W} = \vec{\mathrm{F}}\vec{\mathrm{s}} = (\mathrm{F}\cos\theta)\mathrm{s}$

   untuk W adalah kerja, $\vec{F}$ adalah vektor gaya yang dikenakan pada benda, s adalah vektor perpindahan benda saat gaya $\vec{F}$ bekerja pada benda, θ adalah sudut antara $\vec{F}$ dan $\vec{s}$.

Komponen gaya $\vec{F}$ sepanjang perpindahan adalah $F\ cos\theta$ untuk θ adalah sudut antara vektor gaya $\vec{F}$ dan vektor perpindahan $\vec{s}$. Gaya mg adalah gaya berat benda dan N adalah gaya normal benda.

1. Vektor perpindahan s dapat diganti dengan simbol lain misalnya: vector x,y,z,s,l sesuai dengan arah sumbu perpindahan yang digunakan.
2. Satuan untuk kerja dalam sistem satuan SI adalah 1 Joule (J)=1 Newton x meter (N.m)
3. Dalam sistem cgs:
 1crg = 1 dynexcentimeter (dy.cm)=10^{-7} J
4. Dalam sistem Inggris:
 $1 \text{ foot} \times \text{pound(ft.lb)} = 1{,}356\text{J}$
5. Kerja didefinisikan sebagai perkalian titik antara vektor gaya $\vec{F}$ dengan vektor perpindahan $\vec{s}$.
6. Kerja merupakan ukuran kemampuan gerak makroskopik suatu benda (sistem) yang dikenakan gaya $\vec{F}$ dalam rentang jarak perpindahan $\vec{s}$.
7. Gaya yang mampu menyebabkan perubahan posisi benda menghasilkan kerja. Kerja merupakan ukuran perubahan tersebut. Jadi, kerja tidak dapat menghasilkan gaya.
8. Kerja terkait dengan rentang pergeseran suatu benda akibat bekerjanya gaya

Pembuktian rumusan teorema kerja dan energi dapat dilakukan dengan mudah yaitu dengan mengasumsikan bahwa $\vec{F}$ adalah gaya yang dikenakan pada benda dalam arah yang sama denganarah perpindahan benda $\vec{s}$ misalnya sepanjang sumbu x, dan dengan menggunakan hukum kedua Newton maka teorema kerja dan energi dapat ditulis sebagai

$$W = fx = fx\cos 0^\circ = max$$

Posisi partikel yang bergerak dari A ke B dengan percepatan konstan pada sumbu x adalah

$$x_B = x_A + v_A t + \frac{1}{2} at^2$$

dengan kecepatan $v_B = v_A + at$

atau waktu $t = \frac{1}{a}(v_B - v_A)$ sehingga :

$$x_A + v_A \left\{\frac{1}{a} (v_b - V_{\mathrm{a}})\right\} + \frac{1}{2} a \left\{\frac{1}{a} (V_b - VA)\right\}^2$$

$$x_B = x_A + \frac{1}{2a}\left(2v_A v_B - 2v_A^2 + \frac{1}{2a}\right) + \frac{1}{2}a\{v_B^2 - 2v_A v_B + 2v_A^2\}$$

$$x_B = x_A + \frac{1}{2a}(v_B^2 - v_A^2)$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 2a(x_B - x_A)$$

Kerja yang dilakukan gaya F sepanjang lintasan AB pada sumbu-x adalah

$$W_{AB} = ma(x_B - x_A) = -\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

2

Jadi, energi yang diterima benda sepanjang lintasan AB diubah seluruhnya menjadi perubah energi kinetik. Artinya, dengan menyatakan nilai a adalah positif maka kecepatan akhir di B yaitu v_B, akan lebih besar dibandingkan dengan kecepatan awal di A yaitu v_A. Apabila a<0, maka sepanjang lintasan AB, benda mengalami perlambatan. Usaha atau kerja merupakan proses perubahan energi, maka kerja yang dilakukan oleh gaya $\vec{F}$ menyebabkan benda bergerak yang berupa perubahan energi gerak, yaitu energi kinetik.

B. Teorema Kerja dan Energi

Terdapat dua jenis energi mekanis, yaitu:

1. Energi Kinetik (EK) adalah energi pada benda bermassa m yang bergerak dengan kecepatan v. Energi kinetik juga merupakan kemampuan benda untuk melakukan ke akibat perubahan kecepatannya

$$EK = \frac{1}{2}mv^2$$

2. Energi Potensial (EP) adalah energi pada benda bermassa m dengan posisi ketinggian benda y terhadap permukaan tanah dan dalam pengaruh medan gravitasi dengan percepatan gravitasi bumi g. Energi potensial juga merupakan kemampuan benda untuk melakukan kerja akibat perubahan ketinggian.

$$EP = mgy$$

Teorema kerja dan energi menyatakan bahwa kerja yang dilakukan oleh suatu gaya F pada benda sepanjang lintasan AB adalah sama dengan perubahan energi kinetik ΔEK, yaitu selisih antara energi kinetik akhir di B terhadap energi kinetik awal di A, yaitu

$$W_{total} = W_{AB} = \Delta EK = \Delta EK_{akhir} - EK_{awal}$$
$$= mv^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Dari hukum kekekalan energi, energi mekanis di manapun selalu konstan

$$E = EK + EP = konstanta$$

dengan kata lain, perubahan energi mekanis atau perubahan energi total adalah nol, sehingga

$$\Delta AE = \Delta EK + \Delta EP = 0$$

atau

$$\Delta EK = -\Delta EP$$

Namun rumusan ini hanya berlaku bila pada sistem hanya bekerja gaya konservatif saja. Dalam kaitannya dengan energi potensial, maka kerja oleh gaya gravitasi adalah

$$W_{total} = \Delta EK = W_{konservatif} = W_{gravitasi} = -\Delta EP$$
$$= (EP_{akhir} - EP_{awal}) = mgy_A - mgy_B$$

Sehingga

1

$$W_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgy_A - mgy_B$$

Tampak bahwa kerja oleh gaya gravitasi dari A ke B hanya bergantung pada perubahan energi potensial atau bergantung pada posisi ketinggian awal dan akhir saja, tidak bergantung lintasan. Sebagai catatan, persamaan ini hanya berlaku jika kerja yang dikenakan pada benda, tidak menyebabkan perubahan bentuk ataupun perubahan jumlah panas di dalam benda. Kedua faktor tersebut di luar lingkup pembahasan ini.

C. Gaya Konservatif dan Gaya Tak Konservatif

Suatu gaya disebut konservatif jika kerja yang dihasilkan gaya tersebut pada suatu benda yang bergerak di antara dua titik tidak bergantung pada lintasan benda tersebut.

1. Gaya gravitasi $F = mg$ merupakan contoh gaya konservatif.

2. Sebuah bola dilempar vertikal ke atas dari posisi awal A dengan ketinggian y_A sampai mencapai tinggi maksimum y_B. Suatu gaya disebut tak konservatif jika kerja yang dilakukan gaya tersebut bergantung pada lintasan dan kerja oleh gaya tersebut merupakan disipasi energi mekanis. Misalnya, energi panas akibat bekerjanya gaya gesek di antara dua permukaan benda.

$$W_{tak\ konsv} = (F_{tak\ konsv} cos\theta)s$$

untuk θ adalah sudut antara gaya $F_{tak\ konsv}$ terhadap lintasan **s**.

Jika pada benda yang bergerak dari A ke B bekerja gaya konservatif dan gaya tak konservatif, maka berdasar teorema kerja dan energi dapat dituliskan sebagai berikut.

$$W_{total} = W_{AB} = W_{konsv} + W_{tak\ konsv} = \Delta EK$$
$$= -\Delta EP + (F_{tak\ konsv}\ cos\theta)s$$
$$W_{total} = W_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}\ mv_A^2$$
$$= mgy_A - mgy_B + (F_{tak\ konsv} cos\theta)(S_B - S_A)$$

Atau

$$W_{tak\ konsv} = \Delta EK - \Delta EP$$

Daya adalah laju perubahan kerja terhadap waktu.

$$p = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\vec{v}$$

Satuan daya dalam SI adalah

$$1\ W = 1\ watt = 1\ J/s = 1kg \times\ m^2/s^2$$

Pada sistem Inggris:

$$1 \text{ hp (horsepower)} = 550\frac{\text{ft} \times \text{lb}}{\text{s}} = 746 \text{ W}$$

Kaitan satuan daya dengan energi adalah

$$1 \text{ kilowatt} \times \text{jam} = 1\text{kWh} = 10^3\text{W}(3600_s)$$
$$= 3{,}6 \times 10^6 \text{ J}$$

D. Momentum

Momentum suatu benda merupakan besaran vektor hasil kali antara massa dengan kecepatan benda p = mv. Hubungan antara hukum Newton dengan momentum adalah

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\bar{v}}{dt}$$

Bila m=konstan maka berlaku :

$$\vec{F} = m\frac{d\bar{v}}{dt} = m\frac{d\bar{v}}{dt} + \bar{v}\frac{dm}{dt} = \frac{d(m\bar{v})}{dt} = \frac{d\bar{p}}{dt}$$

Hukum Kesatu Newton menyatakan bila $\vec{F} = 0$ yaitu gaya luar yang bekerja pada sistem sama dengan nol, maka sistem bergerak seperti keadaan awal, artinya sistem memiliki momentum konstan, sehingga berlaku hukum kekekalan momentum. Bila benda bermassa m_1, dan m_2, keduanya bergerak kekanan (ambil sebagai arah positif) dengan kecepatan u_1 dan u_2 dan setelah tumbukan kecepatan kedua benda menjadi kecepatan v_1 dan $\mathbf{v_2}$ maka momentum sebelum tumbukan sama dengan momentum sesudah tumbukan yaitu

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Bila pada sistem hanya bekerja gaya konservatif, maka berlaku hukum kekekalan energi dan karena tumbukan terjadi pada bidang horisontal maka energi potensial awal sama dengan energi potensial akhir sehingga energi kinetik awal sama dengan energi kinetik akhir yaitu

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

Gabungan antara persamaan skalar dari hukum kekekalan momentum dan persamaan hukum kekekalan energi menghasilkan koefisien tumbukan

$$e = -\left(\frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1}\right)$$

Hukum kedua Newton menyatakan bila gaya $\vec{F}$ tidak nol, maka gaya tersebut yang bekerja pada benda dalam waktu tertentu akan mengakibatkan perubahan momentum yang menghasilkan impuls yaitu hasil kali gaya dengan waktu kontak antara gaya dengan benda yaitu

$$\text{Impuls} = \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} \overrightarrow{dp} = \int_1^1 \vec{F}dt$$

Bila gaya F konstan maka impuls menyatakan perubahan momentum yaitu

$$\text{Impuls} = P^2 - P^1 = F\,(t^2 - t1)$$

E. Pusat Massa Benda

Bila N benda bermassa $\vec{m}_1, \vec{m}_2, \vec{m}_3, \ldots\ldots \vec{m}_N$ dalam posisi $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \ldots\ldots \vec{r}_N$ bergerak dengan kecepatan $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \ldots\ldots \vec{v}_N$ dan memiliki percepatan $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \ldots\ldots \vec{a}_N$ maka hukum kedua Newton pada sistem benda tersebut adalah

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F_i} = \sum_{i=1}^{N} m_i a_i = M \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{a_1}$$

Percepatan pusat massa adalah

$$\vec{a}_{PM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{M} \vec{F_i}$$

Kecepatan pusat massa adalah

$$\vec{v}_{PMi} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i v_i$$

Posisi pusat massa adalah

$$\vec{r}_{PMi} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i r_i$$

Koordinat pusat massa dalam tiga dimensi adalah

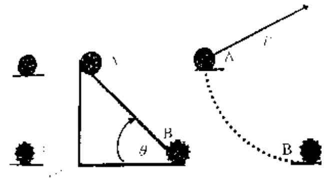
$x_{PM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i x_i$, $y_{PM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i y_i$,

$$z_{PM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i z_i$$

F. Contoh Soal

1. Sebuah benda bermassa m bergerak dari A pada ketinggian $y_B = h_A$ ke B dengan ketinggian $y_B = 0$ Dengan teorema kerja dan energi, tentukan kecepatan benda di B bila gerakan benda tersebut dilakukan dengan cara (sesuai dengan Gambar 4.2)

a. jatuh bebas,
b. meluncur turun pada bidang miring yang licin dengan sudut kemiringan θ,
c. benda tergantung pada tali dan mengayun.
d. kerja yang dilakukan oleh gaya normal N dan tegangan tali T.



Gambar 4.2.

Penyelesaian:

a. Benda jatuh bebas dari A ke B dengan kecepatan $\boldsymbol{v_{A=0}}$ ke B sehingga teorema kerja dan energi

$$W_{AB} = \Delta EK = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

Karena sepanjang lintasan AB hanya bekerja gaya berat yang merupakan gaya konservatif maka

$$W_{G.AB} = \Delta EP = mg(y_A - y_B)$$

sehingga didapat persamaan berikut

$$\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = mg(y_A - y_B)$$

$\frac{1}{2}m(v_B^2 - 0) = mg(h_A - 0)$ atau $v_B^2 = 2gh_A$

Jadi kecepatan di B adalah $v_B = \sqrt{2gh_A}$

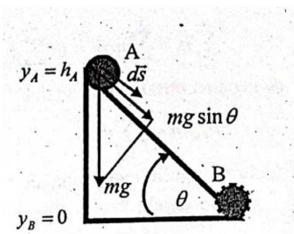
b. Perhatikan Gambar 4.3. Gaya-gaya yang bekerja pada benda yang meluncur turun pada bidang miring yang licin dari A ke B adalah gaya berat mg dan gaya normal N. Kerja oleh gaya normal adalah

$$W_{N,AB.} = \int_{S_A}^{S_B} \vec{N}.\overrightarrow{ds}$$

$$= \int_{S_A}^{S_B} N\, ds cos 90°$$

$$= 0$$

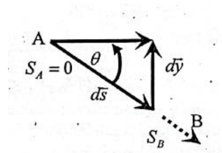
sedangkan kerja yang dilakukan gaya gravitasi pada benda adalah



Gambar 4.3.

$$W_{G,AB.} = \int_{S_A}^{S_B} mgsin\theta ds$$

Hubungan antara $\overrightarrow{ds}$ dan $\overrightarrow{dy}$ adalah



Gambar 4.4.

$$\overrightarrow{ds} = \frac{-\overrightarrow{dy}}{sin\theta}$$

$$W_{G,AB.} = \int_{y_A}^{y_B} mgsin\theta$$

$$= mg(y_A - y_B)$$

Dari teorema kerja dan energi

$$W_{AB} = \Delta EK = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

Gunakan Pers.(1) = Pers.(2) sehingga

$$v_B^2 - v_A^2 = 2g(y_B - y_A) = 2g(0 - h_A) = 2gh_A$$

Jadi kecepatan di B adalah $v_B = \sqrt{2gh_A}$

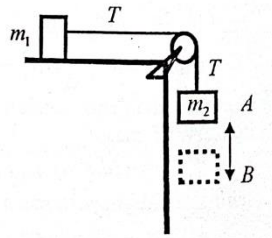
c. Benda yang tergantung pada tali sepanjang R mengayun dari A ke B terkena gaya gravitasi mg dan tegangan tali T. Kerja oleh tegangan tali T adalah

$$W_{T,AB.} = \int_{S_A}^{S_B} \vec{N}.\overrightarrow{ds} = \int_{S_A}^{S_B} T\,ds\,cos 90° = 0$$

sehingga kerja total sepanjang lintasan AB hanya disebabkan oleh gaya gravitasi saja. Dengan demikian penjelasan yang sama seperti pada soal (b) berlaku untuk soal (c). Dari jawaban soal (a), (b), dan (c) dapat disimpulkan kecepatan benda di B adalah sama karena sepanjang AB gaya yang menghasilkan kerja hanya gaya berat mg yang merupakan gaya konservatif.

d. Kerja oleh tegangan tali T dan gaya normal N sama dengan nol karena kedua gaya tersebut tegak lurus dengan lintasan.

2. Dua buah balok bermassa $\boldsymbol{m_1}$= **3** kg dan $\boldsymbol{m_2}$= **6** kg terkait kali dan katrol yang massanya dapat diabaikan. Pada keadaan awal sistem dalam keadaan diam tersusun seperti Gambar 4.5. Koefisien gesekan kinetik antara balok dengan lantai adalah 0,2. Setelah m_2 turun dari A ke B sejauh 1,5 m, tentukan kecepatan balok di B



Gambar 4.5.

a. dengan menggunakan teorema kerja dan energi,
b. dengan menggunakan GLBB.

Penyelesaian:

a. Gunakan teorema kerja dan energi untuk m_2 yang bergerak turun dari A ke B yang hanya terkena gaya gravitasi sebagai gaya konservatif sehingga berlaku

$w_{tot} = W_{AB} = \Delta EK = -\Delta EP$

$\Delta EP = EP_B - EP_A = m_2 g(y_B - y_A)$

$\Delta EP = 6kg \times 10\, m/s^2 \times (0 - 1{,}5)\mathrm{m}$

$= -6\mathrm{kg} \times 10\,\mathrm{m/s^2} \times 1{,}5\mathrm{m} = -90\mathrm{J}$

atau dengan menghitung kerja oleh gaya gravitasi yang hanya bekerja pada m_2

$$W_{gravitasi} = \int_{y_a}^{y_b} m_2 g\,(-\vec{j}).(\vec{j})dy = -m_2 g(y_b - y_a)$$

$$= -6\,kg \times 10m/s2 \times (0 - 1{,}5)m = 90$$

Dalam hal ini m_2 hanya terkena gaya gravitasi sebagai gaya konservatif sehingga

$$W_{\mathrm{gravitasi}} = -m_2\mathrm{g}(y_B - y_A) = -\Delta EP = 90\mathrm{J}$$

Kerja oleh gaya gesek yang hanya bekerja pada $m_1$adalah

$$w_{gesek} = \int_{x_A}^{x_B} \overrightarrow{F_k}\,.\overrightarrow{dx}$$

$$= \int_{x_A}^{x_B} f_k(cos180°)dx = -\int_{x_A}^{x_B} \mu_k m_1 g$$

$$= -\mu_k m_1 g\,(x_A - x_B)$$

$w_{gesek} = -0{,}2 \times\ 3\text{ kg} \times 10\frac{\text{m}}{\text{s2}} \times\ (1\ ,5 - 0\ )\text{m} = -9\text{ J}$

sehingga kerja total pada sistem adalah

$$W_{tot} = W_{gravitasi} + W_{gesek} = 90\text{J} - 90\text{J} = 81\text{J}$$

Perhatikan peran kerja oleh gaya gesek atau gaya tak konservatif pada teorema kerja dan energi yaitu

$$W_{tot} = W_{gravitasi} + W_{gesek} = -\Delta EP + W_{gesek}$$
$$= \Delta EK = 90\text{J} - 9\text{J} = 81\text{J}$$

$$W_{tot} = \Delta EK\ = EK_B -\ EK_A = EK_B = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^2$$
$$= 81\text{J}$$

$$\boxed{\boldsymbol{v_B} = \sqrt{\frac{\mathbf{2}\boldsymbol{X}(\mathbf{81J})}{\mathbf{9}\ \boldsymbol{kg}}} = \mathbf{4{,}24}\ \boldsymbol{m/s}}$$

b. Penyelesaian dengan cara GLBB adalah dengan menentukan percepatan total pada kedua benda yaitu dari persamaan hukum kedua Newton didapat

$$\sum \boldsymbol{F} = (\boldsymbol{m_1} + \boldsymbol{m_2})\boldsymbol{a}$$

$$m_2g - T + T - f_{k1} = m_2g - \mu_{k1}m_1g = (m_1 + m_2)a$$

$$a = a_1 = a_2 = \left(\frac{m_{2-}\mu_k m_1}{(m_1 + m_2)}\right)g = \left(\frac{6 - 0{,}2X3}{(3 + 6)}\right)10m/s^2$$
$$= 6\,m/s^2$$

Kecepatan di B adalah

$$v_B^2 = v_A^2 - 2a(y_B - y_A) = 0 - 2X6m/s^2(0 - 1{,}5m)$$
$$= 81\text{J}$$

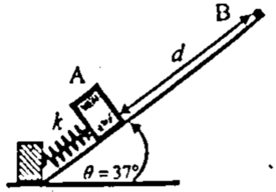
Jadi kecepatan di B adalah

$$\boxed{\boldsymbol{v_B} = \sqrt{\mathbf{18}(\boldsymbol{m/s})^2} = 4{,}24\text{m/s}}$$

3. Sebuah benda kecil bermassa m = 2 kg berada diam di A di ujung pegas yang dalam posisi tertekan sejauh Δ x = 20 cm dan memiliki tetapan pegas k = 500 N/m . Setelah benda dilepas dari ujung pegas, benda mampu naik pada bidang berkemiringan θ = 37° sejauh d - lihat Gambar 4.6. Bila koefisien gesekan kinetik antara benda dengan bidang miring adalah 0,2 dan anggap

kecepatan benda setelah dilepas dari pegas arahnya sama dengan arah bidang miring, tentukan nilai d

a. dengan menggunakan teorema kerja dan energi,
b. dengan menggunakan GLBB.



Gambar 4.6.

Penyelesaian :

a. Penyelesaian dengan teorema kerja dan energi adalah sebagai berikut. Saat pegas dilepas v0 = 0 di posisi awal yaitu ketika pegas tertekan Δ x ; maka energi potensial pegas diubah menjadi energi kinetik benda m di A sehingga

$$W_{pegas} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \Delta EK$$
$$= \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 - 0$$
$$\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}mv_A^2$$

Energi kinetik tersebut diubah menjadi energi potensial dan energi gesekan, Dari teorema kerja dan energi pada lintasan AB didapat

$$W_{AB} = \Delta EK = -\Delta EP + W_{gesek}$$
$$W_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 - \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$
$$= -\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 \qquad (1)$$
$$W_{AB} = -\Delta EP + W_{gesek} = -mg(y_B - y_A) + \int_{S_A}^{S_B} \overrightarrow{f_k}\,\overrightarrow{ds}$$
$$W_{AB} = -mg(y_B - y_A) - f_k(s_B - s_A)$$
$$= mg(y_B - y_A) - f_k(d - 0) = -mgy_B - f_k d$$
$$W_{AB} = -mgd\sin\theta - \mu_k mgd\cos\theta$$
$$= -mgd\,(\sin\theta + \mu_k\cos\theta) \qquad (2)$$

Dari Pers.(1) = Pers.(2) didapat

$$W_{AB} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = -mgd\,(\sin\theta + \mu_k\cos\theta)$$
$$\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = mgd\,(\sin\theta + \mu_k\cos\theta)$$

$$d = \frac{\frac{1}{2}k(\Delta x)^2}{(\sin\theta + \mu_k \cos\theta)\, mg}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2} \times 500\mathrm{N}/m \times (0{,}2m)^2}{[0{,}6 + 0{,}2X0{,}8]X2\ kg\ X\ 10m/s^2} = \frac{10Nm}{0{,}76X2kgX10m/s^2}$$

Jadi setelah benda dilepas dari ujung pegas, benda mampu naik pada bidang miring sejauh

$$\boxed{d = \frac{100}{152}m = 0{,}66\ m}$$

b. Penyelesaian dengan cara GLBB adalah sebagai berikut. Percepatan total pada kedua benda didapat dari persamaan hukum kedua Newton $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$-mg\sin\theta - f_{k1} = -mg\sin\theta - \mu_k\cos\theta$$
$$= -mg\,(\sin\theta - \mu_k\cos\theta) = ma$$

$$a = -g\,(\sin\theta + \mu_k\cos\theta)$$
$$= 10m/s^2X(0{,}6 + 0{,}2X0{,}8) = -7{,}6m/s^2$$

Kecepatan di B adalah

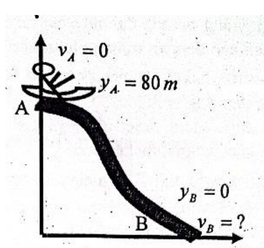
$$v_B^2 = v_A^2 + 2a(S_B - S_A) = \frac{k(\Delta x)^2}{m} - 2X7{,}6m/s^2 \times (d-0)m$$

$$v_B^2 = 0 = \frac{500\ N/m \times (0{,}2)^2}{2kg} - 2 \times 7{,}6\ m/s^2 \times dm$$
$$= (10 - 15{,}2 \times d)m^2/s^2$$

Jadi setelah benda dilepas dari ujung pegas,benda mampu naik pada bidang miring juga sejauh

$$\boxed{d\frac{100}{152}\mathrm{m} = 0{,}66\mathrm{m}}$$

4. Seorang anak bermassa m = 50 kg meluncur ke bawah tanpa gesekan dari titik A pada suatu tebing berketinggian y_A = 80 m ke B dengan $y_B = 0$
   a. Tentukan kecepatan anak saat tiba di B yaitu v_B dengan hukum kekekalan energi,



Gambar 4.7.

b. Tentukan kecepatan anak saat tiba di B yaitu v_B dengan teorema kerja dan energi atau dengan GLBB
c. Hitunglah kerja oleh gaya gravitasi pada anak tersebut

Penyelesaian :

a. Gunakan hukum kekekalan energi, yaitu $E_A - E_B$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgy_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgy_B$$
$$0 + gy_A = \frac{1}{2}v_B^2 + 0$$
$$v_B = \sqrt{2gy_A}$$
$$= \sqrt{2 \times (10m/s^2) \times (80m)}$$
$$v_B = 40m/s$$

b. Pada kasus ini benda hanya terkena gaya gravitasi yang merupakan gaya konservatif sehingga dengan teorema kerja dan energi $W_{AB} = \Delta EK = -\Delta EP$ didapat
$W_{AB} = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = -mg(y_B - y_A)$
Dan kecepatan di B dapat diperoleh dari
$v_B^2 = v_A^2 - 2g(y_B - y_A)$
Rumusan ini adalah sama dengan yang digunakan dalam GLBB untuk kecepatan benda yang dikenai percepatan konstan $a = -g$

c. Kerja oleh gaya gravitasi pada anak tersebut
$W_{AB} = \int_{y_B}^{y_B} mg(-\vec{j})\,(\vec{j})dy = -mg(y_B - y_A)$
$= -50\ kg \times 10m/s^2(0 - 80)m$
Jadi kerja oleh gaya gravitasi pada anak adalah $W_{AB} =$ 40.000 J

5. Bila laju aliran massa air terjun adalah 20. 000 kg/s dari ketinggian 300 m, tentukan daya yang dapat dihasilkan air terjun tersebut.

Penyelesaian :

Gunakan kerja yang dihasilkan oleh gaya gravitasi kepada massa air terjun yaitu

$$W_{total} = W_{gesek} = -\Delta EP = -(EP_{akhir} - EP_{awal})$$

$$\boxed{P = 6X10^7 W = 60MW}$$

$$= mgy_A - mgy_B$$

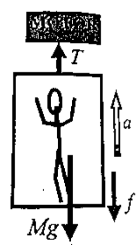
Dalam kaitannya dengan laju aliran massa air terjun per satuan waktu $\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{\Delta t}}$ maka daya yang dihasilkan oleh gaya gravitasi adalah

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\vec{F}\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{m\vec{g}\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t}(\vec{g}\Delta\vec{s})$$

$$P = \frac{m}{\Delta t}(\vec{g}\Delta s) = (20.000kg/s) \times (10m/s^2) \times (300m)$$

Jadi daya yang dapat dihasilkan air terjun adalah

6. Seseorang berada dalam elevator sedang bergerak naik, dan massa orang ditambah dengan massa elevator adalah M = 18000 kg . Bila saat naik pada elevator bekerja gaya penahan ke bawah sebesar f = 4000 N , seperti Gambar 4.8, tentukan
   a. daya yang diperlukan motor penariknya jika elevator naik dengan kecepatan konstan 3m/s
   b. tegangan tali T jika elevator naik dengan percepatan a = 1m/s^2
   c. daya yang diperlukan motor penariknya jika elevator turun dengan kecepatan konstan 3m/s



Gambar 4.8.

Penyelesaian :

a. Elevator naik dengan kecepatan konstan 3 m/s , artinya $\vec{a} = 0$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = 0$$

$$T - f - mg = 0$$

$$T = f + mg = 4.000N + (1800kg \times 10\,\text{m}/s^2)$$

$T = 22.000N$

Daya pada motor adalah

$P = \vec{T}\bar{v} = 22.000N \times 3\ m/s = 66\ kW$

b. Elevator naik dengan percepatan a = 1m/s2

Kecepatan elevator bergerak naik adalah

$v = v_0 + at$

$\sum \vec{F} = M\vec{a}$

$T - f - mg = ma$

$T = f + M(a + g) = 4.000N + \{1800kgX(1m/s^2)\} =$

$T = 23.800N$

c. Elevator turun dengan kecepatan konstan 3 m/s , berarti elevator turun dengan percepatan nol, dan arah gaya penahan ke atas harus menyebabkan

$\sum \vec{F} = 0$

$-T - f + Mg = 0$

$T = -f + mg = -4.000N + (1800kgX10m/s^2)$

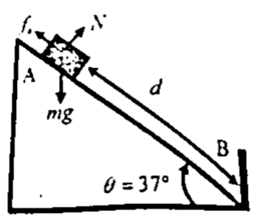
$T = 14.000N$

Daya motor adalah

$P = \vec{T}\bar{v} = 18.000N \times 3\ m/s$

Jadi daya motor adalah $\boxed{P = 54\ kW}$

7. Sebuah mobil bermassa m = 8000 kg berkecepatan v = 60 km/jam pada jalan yang menurun dengan sudut kemiringan $\theta = 37^\circ$ (Gambar 4.9). Bila di ujung bawah jalan terdapat pagar yang berjarak d dari mobil sedangkan koefisien gesekan antara ban dengan permukaan jalan adalah μ = 0,8 , hitunglah d = AB agar mobil tersebut tidak menabrak pagar.



Gambar 4.9.

Penyelesaian:

Gunakan teorema kerja dan energi

$$W_{tot} = \Delta EK = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Terdapat tiga gaya yaitu gaya gravitasi mg , gaya gesek f_k yang menghasilkan kerja sedangkan gaya normal N yang tegak lurus lintasan dan tidak menghasilkan kerja, sehingga

$$W_{tot} = W_{grav} + W_{gesek} + W_{normal}$$
$$= mgs\sin\theta - \mu(mgd\cos\theta) + 0$$

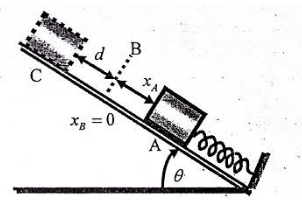
Saat tiba di B mobil harus berkecepatan nol sehingga

$$W_{tot} = mgd\sin\theta - \mu(mgd\cos\theta) = 0 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

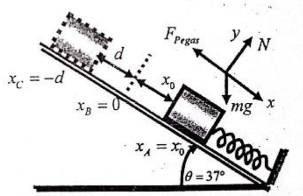
$$d = \frac{\frac{1}{2}v_A^2}{\mu(g\cos\theta)} = \frac{\frac{1}{2}\left(60 \times \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}}\right)^2}{0{,}8 \times 10\text{m/s}^2 \times 0{,}8 - 10\text{m/s}^2 \times 0{,}6}$$

Jadi agar mobil tidak menabrak pagar berjarak adalah 347,2 m $\boxed{d = 347{,}2m}$

8. Sebuah balok bermassa 0,1kg berada di ujung pegas yang memiliki tetapan pegas k = 5 N/m dan bapada bidang miring (θ = 37°) Keadaan awal pegas ditekan sejauh $x_A = 20$ cm kemudain balok dilepas dan mampu menepuh jarak sepanjang d dari keadaan normal di B (x_B= 0), sampai berhenti di C, seperti pada Gambar 4.10. Koefisien gesekan $\mu_k = 0{,}2$ tentukan jarak maksimum yang dapat ditempuh (=AC) oleh balok tersebut dari titik saat dilepas (A). Massa pegas diabaikan.



Gambar 4.10.



Gambar 4.11.

Penyelesaian :

Skema soal diperjelas dengan Gambar 4.11. Lintasan AB, benda dilepas dari A dengan posisi x_A = 20 cm ke B posisi

B($x_B = 0$) dalam pengaruh gaya dorong pegas, gaya gesek dan gaya gravitasi, sehingga dari teorema kerja dan energi untuk lintasan AB didapat

$$\Delta EK = W_{AB} = W_{AB,pegas} + W_{AB,gesekan} + W_{AB,gravitasi}$$

$$= \int_A^B \vec{F} d\vec{r}$$

untuk gaya total pada arah sumbu x+ adalah

$$\vec{F_x} = [-kx + (\mu_k N) + mgsin\theta]\vec{\imath}$$

untuk gaya total pada arah sumbu y+ adalah

$$\vec{F_y} = (N - mgcos\theta)\vec{\jmath} = 0$$

atau

$$N = mgcos\theta$$

Persamaan teorema kerja dan energi pada AB untuk $v_A = 0$ menjadi

$$\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = \int_{x_A=x_0}^{x_{B=0}} -kx\, dx + \int_{x_A=x_0}^{x_{B=0}} (\mu_k N)dx + \int_{x_A=x_0}^{x_{B=0}} mgsin\theta\, dx$$

$$\frac{1}{2}m(v_B^2 - 0) = \int_{x_A=x_0}^{x_{B=0}} -kx\, dx + \int_{x_A=x_0}^{x_{B=0}} (\mu_k mgcos\theta)dx + \int_{x_A=x_0}^{x_{B=0}} mgsin\theta\, dx$$

$$\tfrac{1}{2}mv_B^2 = \tfrac{1}{2}kx_0^2 - \mu_k\, mgx_0cos\theta - mgx_0sin\theta \qquad (1)$$

Lintasan BC, benda terlepas dari dorongan pegas di B dengan posisi x B = 0 bergerak ke C dengan posisi sejauh xC = −d dalam pengaruh gaya gesek dan gaya gravitasi, sehingga dari teorema kerja dan energi untuk lintasan BC didapat

$$\Delta EK = W_{BC} = W_{BC,pegas} + W_{BC,gesekan} + W_{BC,gravitasi}$$

$$= \int_A^B \vec{F} d\vec{r}$$

Untuk gaya total pada arah sumbu x+

$$\vec{F_x} = [0 + (\mu_k mg\, cos\theta) + mg\, sin\theta]\vec{\imath}$$

Persamaan teorema kerja dan energi pada BC untuk

$\boxed{AC = 0{,}54m}$ $v_C = 0$ menjadi

$$\frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) = \int_{x_B=0}^{x_C=-d} -kx\,dx + \int_{x_B=0}^{x_C=-d} (\mu_k - N)\,dx + \int_{x_B=0}^{x_B=-d} mg\,sin\theta\,dx$$

$$\frac{1}{2}m(0 - v_B^2) = 0 + \int_{x_B=0}^{x_C=-d} (\mu_k mg\cos\theta)\,dx + \int_{x_B=0}^{x_C=-d} mg\sin\theta\,dx$$

$$\frac{1}{2}m(0) - \frac{1}{2}mv_B^2 = -\mu_k mgd\,cos\theta - mgd\,sin\theta$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \mu_k mgd\,cos\theta - mgd\,sin\theta \qquad (2)$$

Dari Pers.(1) dan Pers.(2) didapat

$$\mu_k mgd\,cos\theta + mgd\sin\theta = \frac{1}{2}kx_0^2 - \mu_k mgx_0 cos\theta - mgx_0 sin\theta$$

$$d = \frac{\frac{1}{2}kx_0^2 - \mu_k mgx_0\,cos\theta - mgx_0\,sin\theta}{\mu_k mg\,cos\theta + mg\,sin\theta}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}kx_0^2}{\mu_k mg\,cos\theta + mg\,sin\theta} - x_0$$

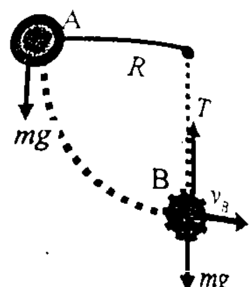
$$d = \frac{\frac{1}{2}\left(5\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right) \times (0{,}2m)^2}{\left(0{,}2 \times 0{,}1kg \times \frac{10m}{s^2} \times 0{,}6 + 0{,}1kg \times \frac{10m}{s^2} \times 0{,}8\right)} - (0{,}2m)$$

$$= 0{,}34cm$$

Jadi jarak tempuh maksimum benda adalah

$$\boxed{AC = x_0 + d = 0{,}20m + 0{,}34m = 0{,}54m}$$

9. Benda bermassa m = 5 kg berada di ujung tali sebuah ayunan yang bermassa memiliki panjang R = 20 cm . Benda m dilepas dari titik A pada posisi θ = 90° terhadap vertikal dengan kecepatan nol (Gambar 4.12). Bila massa tali dan gesekan diabaikan, tentukan



Gambar 4.12

a. kecepatan benda saat mencapai B ($\theta = 0°$) yaitu lintasan terendahnya.
b. tegangan tali saat benda di B
c. kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi terhadap benda sepanjang AB

Penyelesaian :

a. Gunakan teorema kerja dan energi di A dan B

$$\boxed{v_B = 2m/s}$$

$$W_{AB} = -\Delta EP = -(EP_B - EP_A)$$
$$= EP_A - EP_B$$
$$= mgy_A - mgy_B = mgy_A \qquad (1)$$
$$W_{AB} = -\Delta EK = -(EK_B - EK_A)$$
$$= \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 \qquad (2)$$

Dari Pers.(1) = Pers.(2)

$$mgy_A = mgR = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Sehingga

$$\boxed{T_B = 3mg = 3 \times 5kg \times 10m/s^2}$$

$$v_B = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 10m/s^2 \times 0{,}2m} = 2m/s$$

Jadi kecepatan benda saat mencapai B

b. Gaya sentripetal pada benda saat di B adalah akibat percepatan sentripetalnya, yaitu

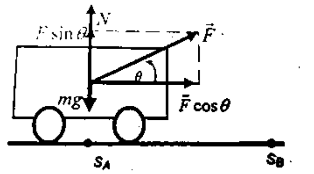
$$F_{sentripetal} = ma_{sentripetal} = m\frac{v_B^2}{R} = m\frac{2gR}{R} = 2mg$$
$$= 2 \times 5kg10m/s^2 = 100N$$
$$F_{sentripetal} = T_B - mg = 2mg$$

c. Kerja oleh gaya gravitasi dari A ke B adalah

$$W_{AB} = -\Delta EP = -(EP_B - EP_A) = EP_A - EP_B$$
$$= mgy_A - mgy_B = mgy_A = mgl$$
$$W_{AB} = 5kg \times 10m/s^2 \times 0{,}2m$$

Jadi kerja yang dilakukan gaya gravitasi terhadap benda sepanjang AB $\boxed{W_{AB} = 10}$ adalah

10. Keranjang barang beroda ditarik tali dengan gaya 100 N pada sudut 37° arah ke atas terhadap horisontal seperti pada Gambar 4.13. Bila keranjang telah bergerak horisontal sejauh 50 m tanpa gesekan dengan lantai, maka tentukan



Gambar 4.13.

a. kerja yang dilakukan gaya tersebut,
b. kerja yang dilakukan gaya berat mg,
c. kerja yang dilakukan gaya normal N

Penyelesaian:

a. Kerja yang dilakukan gaya $\vec{F}$

$W = \vec{F}.\vec{s} = (Fcos37°)(s_B - s_A)$
$= 100N \times 0{,}8 \times (50m - 0)$
$= 4000N.m = 4000J$

Sudut antara gaya $\vec{F}$ dengan perpindahan $\vec{s}$ adalah + 37°

b. Kerja yang dilakukan gaya berat $m\vec{g}$ adalah

$W = m\vec{g}.\vec{s} = mg \times \{\cos(-90°)\} \times (s_B - s_A) = 0$

Sudut antara gaya berat $m\vec{g}$ dengan perpindahan $\vec{s}$ adalah $-90°$

c. Untuk menentukan gaya normal $\vec{N}$ gunakan syarat bahwa total gaya arah vertikal adalah nol, karena benda tidak pernah terlepas dari lantai, sehingga

$$\sum F_{vertikal} = 0$$

atau

$N + Fsin37° - mg = 0$

Sehingga $N = mg - Fsin37°$

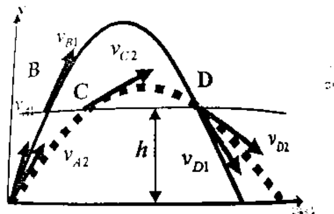
Kerja yang dilakukan gaya normal $\vec{N}$ adalah

$W = \vec{N}\vec{s} = \{(mg - Fsin37°)cos90°\}(s_B - s_A)$

$$\boxed{= (100N - 40N \times 0{,}6) \times 0 \times (50m - 0)}$$

Sudut antara gaya berat mg dengan perpindahan $\vec{s}$ adalah +90°

11. Tinjaulah peluru yang ditembakkan dengan kecepatan v = 50 m/s dan sudut tembak θ = 53° terhadap horisontal sehingga didapat lintasan 1 seperti pada Gambar 4.14. Dengan menggunakan hukum kekekalan energi tentukan



Gambar 4.14.

a. kecepatan peluru saat mencapai ketinggian h = 10 m yaitu di B dan D
b. kecepatan peluru saat di C dan D untuk sudut tembak θ = 37° sehingga didapat lintasan 2.

$$\boxed{v_B = 10\sqrt{23}\, m/s}$$

Penyelesaian:

a. Gunakan hukum kekekalan energi di A dan B

$EK_A + EP_A = EK_B + EP_B$

$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgy_A = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgy_B$

$v_A^2 = v_B^2 + 2gh$

$v_A^2 = v_B^2 - 2gh = (\frac{50m}{s})^2 - \frac{2X10m}{s^2X10m}$

$= 2500(m/s)^2 - 200(m/s)^2$

Dengan cara yang sama untuk titik C dan D didapat

$v_B^2 = v_C^2 = v_D^2 = v_A^2 - 2gh$

atau

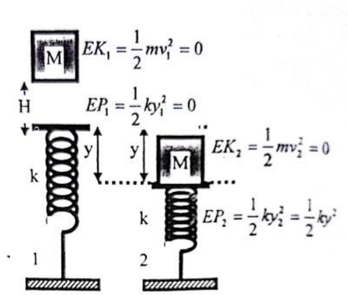
$$\boxed{v_B = v_C = v_D = 10\sqrt{23}\, m}$$

b. Hal ini bersesuaian dengan tinjauan kinematika untuk gerak lurus berubah beraturan (GLBB), bahwa kecepatan arah sumbu-x adalah konstan. Jadi kecepatantotal hanya bergantung pada perubahan kecepatan arah sumbu y saja yaitu

$v_{By}^2 = v_{Cy}^2 = v_{Dy}^2 = v_{Ay}^2 - 2a_y h$

Terlihat bahwa pada ketinggian yang sama semua titik memiliki besar kecepatan yang sama pula asalkan kecepatan awal sama, walaupun dari sudut tembak yang berbeda

12. Sebuah balok bermassa m terletak pada ketinggian H meter di atas permukaan tanah dijatuhkan pada ujung pegas yang pada posisi vertikal di bawah balok hingga pegas tertekan (Gambar 4.15). Bila tetapan pegas adalah k, tentukan jarak maksimum pemendekan pegas dari posisi normalnya.



Gambar 4.15.

Penyelesaian:

Saat awal dan akhir benda bermassa M dalam keadaan diam sehingga

$EK_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = 0$ pada posisi 1

$EK_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = 0$ pada posisi 2

Energi potensial pegas

$EP_1 = \frac{1}{2}ky_1^2 = 0$ pada posisi 1

$EP_2 = \frac{1}{2}ky_1^2 = \frac{1}{2}ky^2$ pada posisi 2

Gunakan hukum kekekalan energi dengan energi potensial gravitasi bernilai nol pada posisi (2) yaitu $y = y_2$

$$EK_{1m} + EP_{1m} + EP_{1.pegas} = EK_{2m} + EP_{2m} + EP_{2.pegas}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mg(H + y_2) + \frac{1}{2}ky_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 + \frac{1}{2}ky_2^2$$

$$0 + mgH + 0 = 0 - mgy_A + \frac{1}{2}ky_2^2$$

$$y^2 - \left(\frac{2mg}{k}\right)y \pm \frac{2mgH}{k} = 0$$

Jadi jarak maksimum pemendekan pegas dari posisi normalnya adalah

13. Berikut adalah conto pentingnya penetapan arah vector p[erpindahan $d\vec{s}$. Tentukan kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi saat benda pindah dari posisi di A dengan y A = 0 ke posisi atas di B dengan y B = h

Penyelesaian:

tinjau benda yang semula pada posisi A dengan ketinggian y A = 0 dinaikkan ke posisi B dengan ketinggian y B = h (Gambar 4.16). Kerja yang dilakukan gaya gravitasi adalah negatif, dan dapat dijelaskan sebagai berikut

$$W_{AB} = \int_A^B \overrightarrow{F}\, \overrightarrow{ds} \int_A^B mg\,\{(-\hat{\jmath})(+\hat{\jmath})\}dy$$

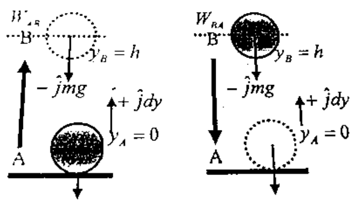
$$\boxed{y = \frac{1}{2}\{\frac{2mg}{k} \pm \left[\left(\frac{2mg}{k}\right)^2 + \frac{8mgh}{k}\right)]\}}$$

$$= -mg\int_{y_A}^{y_B} dy = -mg(y_B - y_A)$$

$$= -mg(h-0) = -mgh$$

Karena sepanjang AB hanya ada gaya gravitasi yang merupakan gaya konservatif maka,

$$W_{AB} = -EP = -mg(y_B - y_A) = -mg(h - 0) = -mgh$$



Gambar 4.16.

Bola semua barada pada posisi B dengan ketinggian $y_B = h$ diturunkan ke posisi A dengan ketinggian $y_A = 0$ maka kerja yang dilakukan gaya gravitasi adalah positif, dan dapat dihitung

$$W_{BA} = \int_B^A \vec{F}\, d\vec{s} = \int_B^A mg\,\{(-\hat{\jmath})(+\hat{\jmath})\}dy =$$

$$= -mg\int_B^A dy = -mg(y_B - y_A)$$

2

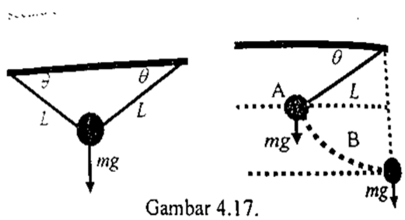
$= -mg(h-0) = -mgh$

Ternyata, $W_{AB} + W_{BA} = -mgh + mgh = 0$

Terlihat bahwa kerja yang dilakukan gaya gravitasi dalam lintasan tertutup A-B-A adalah nol, sehingga gaya gravitasi adalah gaya konservatif.

Kerja adalah besaran skalar, dapat bernilai negatif, seperti saat benda diturunkan ke lantai, tetapi kerja tersebut bernilai positif apabila ditinjau dari kerja yang dilakukan gaya gravitasi. Jadi benda yang turun mendapatkan energi berupa kerja yang dilakukan oleh gaya gravitasi. Sebaliknya, kalau benda dinaikkan posisinya, artinya diberikan atau dilakukan keraj kepada benda, nilai kerja tersebut adalah positif, sedangkan kerja yabg dilakaukan oleh gaya gravitasi adalah negatif . pengertian ini muncul dengan sendirinya apabila kita menerapkan kaidah vektor secara benar dalam perhitungan kerja

14. Sebuah balok bermassa m = 2 kg diikat dengan dua ujung tali yang masing-masing panjangnya L = 0,5 m , ujung tali yang lain dikaitkan secara horisontal seperti pada Gambar 4.17.
   a. Gambarkan diagram gaya
   b. Tentukan tegangan kedua tali
   c. Bila salah satu tali diputus, tentukan kecepatan balok saat mencapai titik terendah
   d. Tentukan tegangan tali saat mencapai titik terendah



Gambar 4.17.

Penyelesaian:

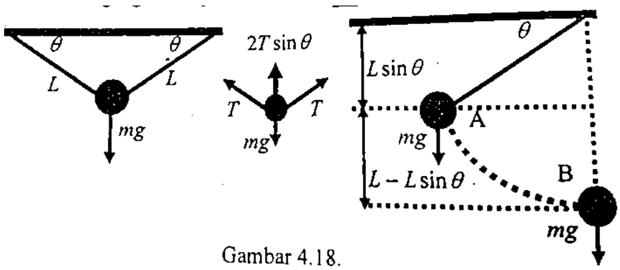
a. Perhatikan Gambar 4.18. Kesetimbangan gaya arah vertikal adalah

$2Tsin\theta = mg$

$2T\sin 37° = 2T(0,6) = mg$

$$T\frac{mg}{1{,}2} = \frac{2\text{ kg} \times 10\text{ m/s}^2}{1{,}2}$$

Jadi tentukan tegangan tali pada kedua tali T = 16,67



Gambar 4.18.

b. Menggunakan hukum kekekalan energi menghasilkan

$$EK_1 + EP_1 = EK_2 + EP_2$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgy_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgy_B$$

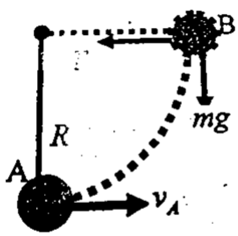
$$0 + mg(L - L\sin 37°) = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0$$

Atau $0{,}6gL = \frac{1}{2}mv_B^2$

$$v_B = \sqrt{\frac{gL}{1{,}2}} = \sqrt{\frac{10m/s^2 \times 0{,}5m}{1{,}2}}$$

$$= \sqrt{\frac{5(m/s)^2}{1{,}2}}$$

$$= 4{,}17m/s$$



Gambar 4.19.

Jadi kecepatan balok saat mencapai titik terendah v = 4,17m/s

c. Dari kesetimbangan gaya didapat

$$T - mg = m\frac{v_B^2}{L} = m\frac{1{,}2gL}{L} = 1{,}2mg$$

$$T = 2{,}2mg = 2{,}2 \times 2kg \times 10m/s^2$$

Jadi tegangan tali saat mencapai titik terendah

T = 44 N

15. Sebuah bola bermassa m = 0,1 kg tergantung pada tali sepanjang L = 0,5 m . Bola tersebut diberi kecepatan awal

mendatar sebesar $v_0 = 7\ m/s$ hingga bergerak dengan lintasan lingkaran (Gambar 4.19). Tentukan

a. kerja yang dilakukan oleh tegangan tali,
b. kecepatan bola saat tali dalam posisi,
c. tegangan tali saat tali dalam posisi horisontal tertinggi

Penyelesaian:

a. Kerja oleh tegangan tali T adalah

$$W_{AB} = \int \vec{T}\,\overrightarrow{ds} = \int T ds \cos 90° = 0$$

Karena tegangan tali T selalu tegak lurus dengan vektor pergeseran $d\vec{s}$ sehingga tegangan tali tidak menghasilkan kerja. Jadi pada sistem hanya bekerja gaya konservatif yaitu gaya gravitasi.

b. Gunakan hukum kekekalan energi di A dan B

$$EK_A + EK_A = EK_B + EK_B$$
$$\frac{1}{2} m v_A^2 + mgy_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgy_B$$
$$\frac{1}{2} m v_A^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgy_B$$
$$v_A^2 = v_B^2 + 2gR$$
$$v_A^2 = v_B^2 + 2gR = (6m/s)^2 - 2 \times 10m/s^2 \times 0{,}5m$$

c. Jadi kecepatan benda saat di B

$$v_B = \sqrt{26(m/s)^2} = 5{,}1m/s$$

d. Gaya sentripetal di B adalah

$$T = m\frac{v_B^2}{R} = \frac{m(v_A^2 - 2gR)}{R} = \frac{0{,}1kg \times 26(m/s)^2}{0{,}5m}$$

Jadi gaya sentripetal di B adalah $F_{B.sentripetal} = 5{,}2\text{N}$

16. Sebuah balok bermassa m = 2 kg terikat pada ujung pegas yang memiliki

tetapan pegas k = 200 N/m . Balok semula pada posisi ditarik dan ditahan sehingga diam di A dengan x A = 20 cm , kemudian dilepas dengan kecepatan v A = 0 dan balok bergerak ke kiri sampai dengan di B yang memiliki simpangan maksimum kiri yaitu x B seperti pada Gambar 4.20. Bila koefisien gesekan antara balok dengan lantai adalah μ k = 0,2 tentukan

a. gaya gesek pada balok,
b. kerja oleh gaya gesek sepanjang AB,
c. kecepatan saat balok tiba di 0.

Penyelesaian:

a. Gaya gesek pada balok adalah

$$f_k = \mu_k\, N = \mu_k mg = 0{,}2 \times 2kg \times 10\, m/s^2 = 4N$$

b. Kerja pada balok oleh gaya gesek dari A ke B adalah

$$W_{AB.gesek} = \int_A^B \overrightarrow{f_k}\,.\,d\vec{x} = \int_A^B \mu_k mg(+\vec{\imath}).\,(+\vec{\imath})dx$$

$$= \mu_k mg \int_{x_A=+0,2}^{x_B=-0,2} dx = \mu_k mg(x_B - x_A)$$

$$W_{AB.gesek} = \mu_k mg(-0{,}2 - 0{,}2) = -0{,}4\mu_k mg$$

$$= -0{,}4 \times 0{,}2 \times 0{,}2kg \times 10m/s^2$$

Jadi kerja oleh gaya gesek kepada balok sepanjang AB adalah $W_{AB.gesek} = -1{,}6\text{J}$

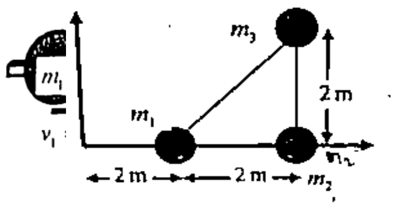
Perhatikan tanda negatif dari kerja oleh gaya gesek kepada balok, yang berarti bahwa gaya gesek melakukan kerja atau balok menerima energi dari kerja tersebut. Hasil serupa juga dapat diperoleh bila benda semula di B kemudian bergerak ke kanan menuju A.

c. Kecepatan saat balok tiba di titik kesetimbangan yaitu saat pegas dalam simpangan nol

$$W_{A0,total} = \frac{1}{2}k(x_A^2 - x_0^2) = \Delta EK - W_{AB.gesek}$$

$$= \frac{1}{2}m(v_0^2 - v_A^2) - \mu_k mg(x_A - x_0)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{200N}{m} \times (0,2^2 - 0)$$
$$= \frac{1}{2} \times 2kg(v_0^2 - 0) - 0{,}2 \times 2kg \times 10\, m/s^2(0 - 0{,}2)$$



Gambar 4.22.

$$4 = v_0^2 + 0{,}8 \quad atau \quad v_0$$
$$= \sqrt{3{,}2}\ \mathrm{J}$$
$$= 1{,}79\ \mathrm{J}$$

Jadi kecepatan saat balok tiba di titik kesetimbangan 0 adalah $v_0 = 1{,}79$ J

17. Dua benda bermassa m_1 = 1kg dan m_2 = 3kg terpasang pada rel horizontal tanpa gesekan berupa batang. Benda m_1 bergerak dengan kecepatan v_1 = 20 m/s menumbuk pegas dengan tetapan pegas k=1200 N/m yang menempel pada m_2 dalam keadaan diam (Gambar 4.21). Tentukan pemendekan maksimum pegas setelah ditumbuk benda m_1

Penyelesaian:

Saat pegas tertekan maksimum maka kecepatan relatif kedua bola adalah nol dan sistem bergerak bersama dengan kecepatan $\vec{v}_0$ sehingga hukum kekekalan momentum

$$m_1v_1 + m_1m_2 = (m_1 + m_2)v_o$$
$$m_1v_1 + m_1 \times 0 = (m_1 + m_2)v_o$$
$$v_0 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}v_1 = \frac{1}{4}(20\, m/s)$$
$$v_0 = 5\, m/s$$

Dalam kasus tumbukan pada bidang horisontal maka energi potensial sebelum tumbukan sama dengan enérgi potensial sesudah tumbukan sehingga hukum kekekalan energi menjadi energi kinetik sebelum tumbukan sama dengan energi kinetik sesudah tumbukan ditambah dengan energi potensial pegas. Energi kinetik sebelum tumbukan adalah

$$EK_{sebelum} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_1v_2^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 1\text{kg} \times (20\,m/s)^2 + 0 = 200\text{J}$$

Selisih energi kinetik tersebut tersimpan sebagai energi potensial pegas sesuai dengan teorema kerja dan energi

$$\Delta EK_{pegas} = -\Delta EK = EK_{sebelum} - EK_{sesudah}$$
$$= 200J - 50J = 150J$$

Karena energi potensial pegas adalah

$$\Delta EP_{pegas} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 1200\,N/m \cdot x^2 = 600x^2\text{J}$$

Maka pemendekan pegas adalah

$600\,x^2 = 150$

Jadi pemendekan maksimum pegas setelah ditumbuk benda m_1 adalah $x = 0{,}5\,m$

18. Tiga buah benda bermassa m_1 = 2kg, m_2 = 1kg, dan m_3 = 7kg masing-masing berada pada posisi dalam meter (2,0), (4,0), dan (4,2) [Gambar 4.22] berturu-turut dikenai gaya F_1= $(2i + 5j)$, F_2 = $(-4i + 2j)$, dan F_3 = $(-5i + 2j)$ dalam newton. Tentukan
   a. Posisi koordinat pusat massa
   b. Percepatan pusat massa

Penyelesaian:

a. Koordinat pusat massa sistem benda, ditentukan dengan menggunakan

$$x_{PM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} x_1 \qquad y_{PM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} y_1$$

Sehingga

$$x_{PM} = \frac{1}{m_1 + m_2 + m_3}(m_1x_1 + m_2x_2 + m_3m_3) =$$
$$= \frac{1}{2+1+7}(2\text{kg} \times 2\text{m} + 1\text{kg} \times 4\text{m} + 7\text{kg} \times 4\text{m})$$
$$= \frac{1}{10kg}(4\text{ kg m} + 4\text{ kg m} + 28\text{ kg m})$$
$$x_{PM} = 3{,}6\,m$$

$$y_{PM} = \frac{1}{m_1 + m_2 + m_3}(m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3) =$$

$$= \frac{1}{2+1+7}(2\text{kg} \times 2\text{m} + 1\text{kg} \times 4\text{m} + 7\text{kg} \times 4\text{m})$$

$$= \frac{1}{10kg}(0 + 0 + 14\text{kgm})$$

$$y_{PM} = 1{,}4\ m$$

Jadi koordinat pusat massa sistem benda adalah (3,6m, 1,4m)

b. Percepatan pusat massa $\vec{a}_{PM} = a_{x,PM}\hat{\imath} + a_{y,PM}\hat{\jmath}$

$$a_{x.PM} = \frac{1}{m_1 + m_2 + m_3}(F_{x1} + F_{x2} + F_{x3})$$

$$= \frac{1}{10kg}(2N - 4N - 5N) = -7\ m/s^2$$

$$a_{x.PM} = -0{,}7\ m/s^2$$

$$a_{y.PM} = \frac{1}{m_1 + m_2 + m_3}(F_{y1} + F_{y2} + F_{y3})$$

$$= \frac{1}{10kg}(5N + 2N + 2N) = 9\ m/s^2$$

$$a_{y.PM} = 0{,}9\ m/s^2$$

Jadi percepatan pusat massa adalah

$$\vec{a}_{PM} = -(0{,}7\ m/s^2)\hat{\imath} + (0{,}9\ m/s^2)\hat{\jmath}$$

19. Sebuah mesin mobil dapat memberikan daya 90kW. Bila massa mobil m= 1000kg, tentukan

a. kecepatan mobil, bila diasumsikan gaya gesekan adalah sebanding dengan kecepatan yaitu $f_{\text{gesek}} = 100\,v$ untuk jalan mendatar (horisontal).

b. kecepatan mobil bila menaiki jalan dengan sudut kemiringan θ = 37° terhadap arah horisontal

Penyelesaian:

a. Gunakan daya pada mobil

$$P = vf_{gesek} = 100v^2$$

Karena f_{gesek} =100v maka kecepatan mobil pada jalan mendatar adalah

$$v = \sqrt{\frac{90.000\ W}{100\ N\ s/m}}$$

$$v = 30\ m/s$$

b. Hubungan antara kerja dengan daya adalah

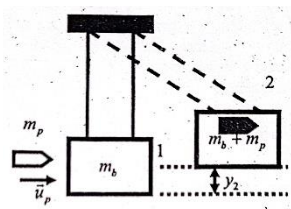
$$W = P\Delta t = mg\Delta h = mg\ v\ \Delta t \sin\theta$$

$$v = \frac{P}{mg \times \sin 37^{\circ}} = \frac{90.000\ W}{1000\ kg \times\times 10\ \ m/s^2 \times 0{,}6}$$

jadi kecepatan mobil menaiki jalan adalah v = 15 m/s

20. Sebuah balok bermassa m_b = 0,95 kg semula dalam keadaan diam teegantung pada tali secara vertikal di posisi 1, balok ini di tembak dengan peluru bermassa mP = 0,05 kg dengan kecepatan u_P (gambar 4.23). setelah peluru menumbuk balok, peluru tetap bersarang dalam balok. Selanjutnya, balok bersama peluru berayun naik hingga berhenti setelah naik setinggi $y_2 = 20\ cm$, seperti pada gambar, tentukan kecepatan peluru saat menumbuk balok.

Penyelesaian:



Gambar 4.23.

Tinjau proses **tumbukan** peluru dengan balok yang diam (u_b = 0). Setelah tumbukan peluru tetap bersarang dalam balok yang bergerak dengan kecepatan $v = v_1$. Gunakan hukum kekekalan momentum, yaitu momentum sebelum tumbukan sama dengan momentum sesudah tumbukan $m_p\vec{u}_p + m_b\vec{u}_b = m_p\vec{v}_p + m_b\vec{v}_b$ sehingga

$$m_p u_p + m_b \times 0 = (m_p + m_b)v$$

$$v = \left(\frac{m_p}{m_p + m_b}\right)u_p$$

Tinjau keadaan sesudah tumbukan, dan gunakan hukum kekekalan energi yaitu energi mekanis di 1 sama dengan energi mekanis di 2 yaitu

$$\frac{1}{2}(m_p + m_b)v_1^2 + (m_p + m_b)gy_1$$
$$= \frac{1}{2}(m_p + m_b)v_2^2 + (m_p + m_b)gy_2$$

Setelah tumbukan, balok dan peluru yang berada di dalamnya bergerakmengayun dari 1 ke 2 dengan kecepatan $v = v_1$. Saat di posisi 2, balok dan peluru mencapai tinggi maksimum sehingga kecepatannya adalah nol ($v_2 = 0$)

$$\frac{1}{2}(m_p + m_b)v_1^2 = (m_p + m_b)gy_2$$

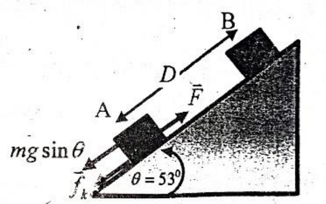
$y_2 = \frac{v^2}{2\,g}$ atau $v = \sqrt{2gy_2}$

Dari pers.(1) dan pers.(2)

$$y_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{m_p}{m_b + m_b}\right)^2 u_p^2$$
$$= \frac{1}{2 \times 10\frac{m}{s}}\left(\frac{0{,}05\,kg}{0{,}05\,kg + 0{,}95\,kg}\right)^2 (u_p^2)$$
$$= 0{,}0025u_p^2$$
$$u_p = 400y_2 = 400 \times 0{,}2$$

Jadi kecepatan peluru sebelum menumbuk balok

21. Sebuah balok bermassa $m = 20kg$ yang semula dalam keadaan diam di A pada bidang berkemiringan , ditarik dengan gaya F ke kanan sejajar bidang miring, hingga di B yang berada pada jarak 40m di atas A, sepertinpada Gambar 4.24. bila koefisien gesekan antara balok dengan bidang miring adalah $\mu_k = 0{,}2$ dan $\mu_s = 0{,}4$, tentukan



Gambar 4.24.

a. Besar gaya $F = F_1$ saat balok tepat akan naik
b. Besar gaya $F = F_2$ agar balok naik dengan percepatan
c. Kerja oleh gaya $F = F_2$ sepanjang AB
d. Kerja oleh gaya gravitasi sepanjang AB
e. Kerja oleh gaya gesek sepanjang AB

f. Kecepatan balok di B

Penyelesaian:

a. Agar balok tepat akan bergerak, maka di kenakan gaya $\vec{F} = \vec{F}_1$ ke kanan, berlaku

$$\sum F_{total} = m\,a = 0$$

dan balok terkena gaya gesek statik maksimum $f_s = \mu_s N$ ke kiri

$$F_1 - mg\sin\theta - f_s = m\,a = 0$$
$$F_1 - mg\sin\theta - \mu_s mg\cos\theta = 0$$
$$F_1 = mg(\sin\theta + \mu_s\cos\theta)$$
$$= 20\,kg \times 10\,m/s^2 \times (0{,}8 + 0{,}4 + 0{,}6)$$
$$= 200 \times 0{,}56N$$

jadi gaya $\vec{F} = \vec{F}_1$ saat balok tepat akan naik adalah $F_1 =$ 208 N

b. Agar balok bergerak ke kanan dengan percepatan $a = 2\,m/s^2$, maka balok dikenakan gaya $\vec{F} = \vec{F}_2$ ke kanan, dan berlaku

$$\sum F_{total} = m\,a$$

Balok terkena gaya gesek kinetik $f_k = \mu_k N$ ke kiri

$$F_2 - mg\ \sin\theta - f_k = m\,a$$
$$F_2 - mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta = m\,a$$
$$F_2 = m\,a + mg\,(\sin\theta + \mu_s\cos\theta)$$
$$F_2 = 20kg \times 2m/s^2 + 20kg \times 10m/s^2 \times (0{,}8 + 0{,}2 \times 0{,}6)$$
$$= 40N + 200 \times 0{,}92N$$
$$F_2 = 40N + 184N = 224N$$

c. Kerja oleh gaya $F = F_2$ sepanjang AB dihitung dengan menggunakan $ds = \frac{dy}{\sin\theta}$

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_2 \cdot \vec{ds} = F_2 \times \int_A^B ds = F_2 \times (S_B - S_a)$$

$$= \int_A^B \vec{F}_2 \cdot \vec{ds} = F_2 \times \frac{1}{\sin\theta} \times \int_{y_A}^{y_B} dy$$

$$= F_2 \times \frac{1}{\sin\theta}(y_B - y_A)$$
$$= 224\ N \times \frac{1}{0{,}8} \times (40\ m - 0)$$
$$W_{AB} = 11.200J$$

d. Kerja oleh gaya gravitasi sepanjang AB

$$W_{AB} = \int_{s_A}^{s_B} m\vec{g} \cdot d\vec{s} = mg \times \sin(180^\circ + \theta) \times \int_{s_A}^{s_B} ds$$
$$= mg \times (-\sin\theta) \times \frac{1}{\sin\theta} \times \int_{y_A}^{y_B} dy$$
$$= -mg(y_B - y_A)$$
$$= -20\ kg \times 10\ m/s^2 \times (40 - 0)$$

Jadi kerja oleh gaya gravitasi sepanjang AB adalah $W_{AB} = -8.000$ J

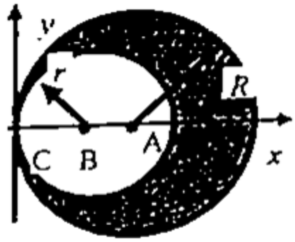
e. Kerja oleh gaya gesek sepanjang AB

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{f_s} \cdot d\vec{s} = \mu_s N \times \cos 180^\circ \times \int_A^B ds$$
$$= \mu_s(mg\cos\theta) \times \cos 180^\circ \times \int_A^B ds$$
$$= -\mu_s(mg\cos\theta) \times \frac{1}{\sin\theta}(y_B - y_A)$$
$$= -0{,}4 \times 20\ kg \times 10\ m/s^2 \times \frac{3}{4} \times (40\ m - 0)$$

Jadi kerja oleh gaya gesek sepanjang AB adalah $W_{AB} = -2.400J$

f. Kecepatan balok di B

22. Suatu piringan lingkaran berjari-jari R = 15cm diberi lubang berupa lingkaran dengan jari-jarir = 10cm yang berpusat di B (Gambar 4.25). Bila ketebalan piringan t = 1cm dan massa persatuan luas piringan adalah $\rho = 200$ gram/cm³ tentukan koordinat pusat massa piringan tersebut.



Gambar 4.25.

Penyelesaian:

Letakkan sumbu koordinat melalui titik C sebagai titik (0,0) yang merupakan titik tempat berhimpitnya lingkaran dari piringan utuh dengan lubangnya.

Pusat massa piringan adalah (x_A,0) atau (15 cm,0)

Luas piringan utuh adalah $A_{utuh} = \pi R^2$

Massa piringan utuh adalah

$$M_{utuh} = \rho t \pi R^2 = \frac{200 gram}{cm^3} \times 1cm \times \pi \times 225cm^2$$
$$= 45.000\pi \; gram$$

Pusat massa lubang piringan adalah $(x_B, 0)$ atau (10cm,0)

Luas lubang piringan adalah $A_{lubang} = \pi r^2$

Massa lubang piringan adalah

$$M_{lubang} = \rho t \pi r^2 = 200 gram/cm^3 \times 1cm \times \pi \times 100cm^2$$
$$= 20.000\pi \; gram$$
$$M_{lubang} = \pi r^2$$

Pada kasus ini posisi lubang adalah simetris terhadap sumbu y,sehingga posisi pusat massa hanya bergeser **terhadap** sumbu x. Gunakan rumusan pusat massa sistem,

$$x_{PM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i x_i$$

Dalam kasus pusat massa gabungan maka massa lubang bernilai negatif yaitu sehingga

$$x_{PM} = \frac{1}{M_{utuh} - M_{lubang}} \left(M_{utuh} x_A - M_{lubang} x_B \right)$$

$$= \frac{1}{45.000\pi\ gram}(45.000\pi\ gram \times 15cm$$
$$- 20.000\pi\ gram \times 10cm)$$
$$= \frac{475.000\pi\ gram\ cm}{45.000\pi\ gram}$$

$x_{pm} = 10{,}56cm$

Jadi koordinat pusat massa piringan berlubang adalah $x_{pm} = 10{,}56cm$ dan $y_{PM} = 0$ terhadap titik C (0,0)

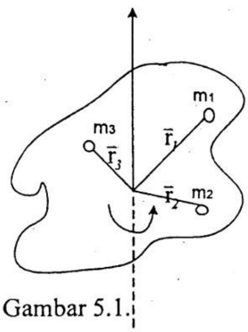
1

BAB V
DINAMIKA ROTASI

A. Momen inersia

Sebuah benda yang diam akan cenderung mempertahankan kedudukannya yang diam, begitu juga ketika benda bergerak maka akan tetap mempertahankan gerakannya. Ketika sebuah benda berotasi, maka terdapat besaran yang mempertahankan untuk berotasi atau melawan rotasi tersebut jika dari kondisi diam Sifat ini dikarenakan benda memiliki sifat inersia.

Momen inersia adalah sifat yang dimiliki oleh sebuah benda untuk mempertahankan posisinya dari gerak berotasi. Semakin besar nilai momen inersia suatu benda maka semakin sukar diputar. Dengan melihat Gambar 5.1, secara matematis dituliskan sebagai



Gambar 5.1.

$$I = m r^2$$

dengan I adalah momen inersia - dalam kg m², m massa benda dalam kg dan jarak pusat massa terhadap sambu putar- dalam m.

Jika sistem terdiri dan banyak benda, maka nilai momen inersia gabungannya adalah penjumlahan momen inersia dari semua benda terhadap porosnya, yaitu

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n = \sum_{i=I}^{n} m_1 r_1^2$$

Untuk sistem kontinu

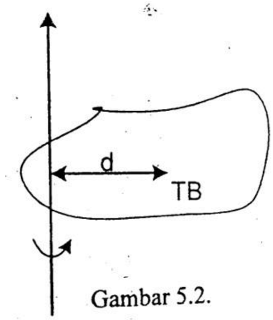
$$I = \int r^2 \, dm$$

dengan dm adalah elemen massa dari suatu sistem

$$\begin{aligned} dm &= \lambda dl;\ untuk\ elemen\ panjang \\ &= \sigma dA;\ elemen\ leluasa \\ &= \rho dv\ ;\ untuk\ elemen\ volume \end{aligned}$$

Jika suatu benda (sistem benda) diputar berada sebuah poros yang memiliki jarak d terhadap titik pusat masa (gambar 5.2) maka besarnya momen inersianya adalah $I = I_0 + md^2$

Dengan I_0, adalah momen neria benda ketika sumbu puas berada di pusat massa dan d jarak pusat massa terhadap sambu putar.



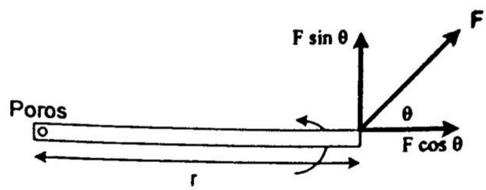
Gambar 5.2.

B. Torsi

Torsi adalah "gaya" yang menyebabkan benda bergerak melingkar. Secara matematika

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$
$$\tau = rF \sin\theta$$

dengan τ adalah torsi-dalam N.m, F gaya; dalam N. r jarak antara gaya terhadap poros- dalam m, θ sadut yang dibentuk antara lengan gaya terhadap gaya-dalam derajat (°)(perhatikan Gambar 53).



Gambar 5.3.

Ketika sebuah benda bergerak melingkar, maka percepatan yang terjadi adalah percepatan anguler (sudut) α

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Hubungan antara torsi dan percepatan sudut adalah

$$\tau = I\alpha$$

dengan α adalah percepatan sudut-dalam rad/s^2

C. Momentum sudut

$\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$

1. <u>Hukum kekekalan momentum sudut</u>

Sebuah benda yang mengalami rotasi dengan kecepatan sudut ω akan memiliki momentum sudut $\vec{L}$ yang sama,

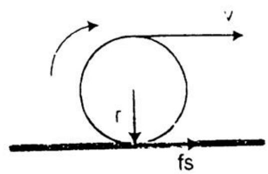
$$I\omega = I\omega'$$

2. <u>Hukum kekekalan energi mekanik</u>

Benda yang berotasi, maka benda tersebut memiliki energi kinetik rotasi, yang besarnya adalah

$$EK_{rotasi} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Ketika sebuah benda bergerak menggelinding tanpa selip (Gambar 5.4), maka benda akan mengalami gerak rotasi dan gerak translasi, sehingga besarnya energi kinetiknya adalah



Gambar 5.4.

$$EK = EK_{translasi} + EK_{rotasi}$$
$$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Saat benda mengalami gerakan dari titik A ke titik B, hukum kekekalan energi mekaniknya adalah

$$EK_A + EP_A = EK_B + EP_B$$
$$(EK_{rotasi})_A + (EK_{translasi})_A + EP_A$$
$$= (EK_{rotasi})_B + (EK_{Translasi})_B = EP_B$$
$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}I\omega_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I\omega_B^2 + mgh_B$$

3. <u>Ketimbangan benda tegar</u>

Sebuah sistem akan dikatakan setimbang jika resultan gaya-gaya yang bekerja pada sistem itu sama dengan nol. Berdasarkan hukum pertama Newton, benda akan mengalami kesetimbangan translasi jika $\sum F = 0$, namun jika benda mengalami kesetimbangan rotasi jika $\sum \tau = 0$

Sebuah benda mengalami kesetimbangan benda tegar apabila mengalami kesetimbangan translasi dan kesetimbangan rotasi. Pada Gambar 5.5, misalnya, berlaku

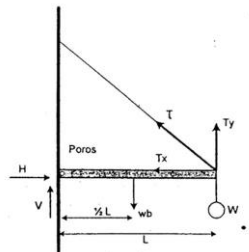
a. $\sum F = 0$

$\sum F_x = H - T_x = 0$

$\sum F_y = T_y + V - W_b - W = 0$

b. $\sum \tau = 0$

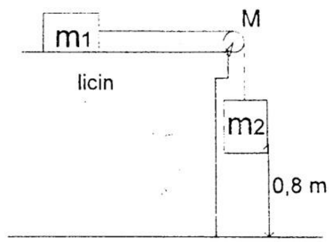
$$\sum \tau_{poros} = T(L\, sin\theta) - W_b\left(\frac{1}{2}L\right) - W.L = 0$$



Gambar 5.5.

D. Contoh soal

1. Katrol berbentuk piringan yang berjari-jari 5 cm dan bermassa M-1000 gram menanggung dua buah benda bermassa M= 1000 dan m_1 = 200 gram melalui tali (massa tali diabaikan) seperti pada Gambar 5.6. Jika mula-mula benda m_2 berjarak 80 cm di atas permukaan tanah, maka tentukanlah
   a. percepatan masing-masing benda
   b. tegangan tali di kedua sisi katrol
   c. kecepatan benda m_2 pada saat mencapai permukaan tanah.



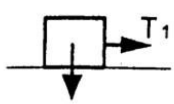
Gambar 5.6

Penyelesaian:

a. Perhitungan percepatan benda 1 dan benda 2

Pada persoalan ini terdapat tiga benda yang mengalami gerakan. Benda 1 dan benda 2 bergerak translasi, sedangkan benda 3 bergerak rotasi.

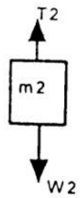
- Benda 1



$$\left(\sum \vec{F}\right) = m_1\vec{a}_1$$

$$T_1 = m_1 a_1 \qquad (1)$$

- Benda 2

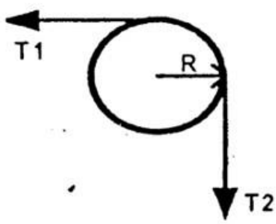


$$\left(\sum \vec{F}\right) = m_2\vec{a}_2$$
$$W_2 - T_2 = m_2 a_2$$
$$T_2 = W_2 - m_2 a_2 \qquad (2)$$

- Benda 3 (katrol)
  Gerakan rotasi benda 3 mematuhi hukum kedua Newtonuntuk gerak rotasi

$$\sum \vec{\tau} = I\vec{a}$$
$$\vec{r} \times \vec{F} = I\vec{a}$$

Katrol berputar searah jarum jam, arah torsi oleh T_2 masuk bidang Gambar sebaliknya arah torsi oleh T_1keluar bidang Gambar. Dengan menganggap arah torsi masuk bidang Gambar sebagai arah positif, maka



$$T_2 R \sin 90 - T_1 R \sin 90 = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$
$$(T_2 - T_1)R = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R}$$
$$(T_2 - T_1) = \frac{1}{2}M_a \qquad (3)$$

Substitusi Pers (1) dan Pers (2) ke Pers (3) memberikan

$$W_2 - m_2 a_2 - m_1 a_1 = \frac{1}{2}Ma$$

Dengan menganggap bahwa tali bersifat tidak elastis (kaku) maka percepatan sisstem adalah $a_1 = a_2 = a$, sehingga

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$$

$$= \frac{(0{,}2\ kg)(10m/s^2)}{0{,}3kg + 0{,}2kg + \frac{1}{2}kg} = 2m/s^2 \qquad (4)$$

Jadi percepatan benda $m_1$dan m_2 adalah $a = 2m/s^2$

b. Perhitungan tegangan tali

Tegangan tali T_1 dihitung dengan mensubstitusikan nilai a_1 pada Pers (4) ke dalam Pers (1)

$$T_1 = m_1 a_1$$
$$= (0.3kg)(2m/s^2)$$
$$T_1 = 0{,}6N$$

Sedangkan tegangan tali T_2. dihitung dengan mensubstitusikan nilai a_2 pada Pers (4) ke dalam Pers.(2)

$$T_2 = W_2 - m_2 a_2$$
$$= m_2 g - m_2 a_2$$
$$= (0{,}2kg) - (10m/s^2) - (0{,}2kg)(2m/s^2)$$
$$= 1{,}6\ N$$

c. Perhitungan kecepatan benda m_2 saat mencapai tanah

Karena benda m_2 bergerak dengan percepatan konstan maka kecepatannya Ketika mencapai tanah dapat dihitung menggunakan rumusan GLBB

$$v^2 = v_0^2 + 2ah$$
$$v^2 = 0 + 2 \times 2\ m/s^2 \times 0{,}8m$$
$$v^2 = 3{,}2m/s^2$$
$$v = \sqrt{3{,}2}\ m/s$$

Jadi kecepatan benda 2 ketika mencapai tanah adalah $v = \sqrt{3{,}2}\,m/s$

2. Sebuah benda massa -0,2 kg berada pada posisi (2,3,-4) dalam meter, bergerak $\vec{v}$ dengan kecepatan $(\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 3\hat{k}$ m/s. Berapakah besar momentum sudut benda tersebut.

PenyelesaianMomentum sudut suatu benda didapatkan dari perkalian silang antara posisi $(\hat{r})$ dan momentum linear benda $(\hat{p} = m\vec{v})$,

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = m\vec{r}\vec{v}$$

Seperti dijelaskan pada bab I, maka untuk mendapatkan nilai suatu perkalian silang dapat dihitung dengan menggunakan cara Saruss (cara determinan), yaitu

$$\vec{L} = m \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 0{,}2\ ((9-4)\hat{\imath} + (-4-6)\hat{\jmath} + (-2-3)\hat{k})$$

$$= \left(10\vec{\imath} - 20\vec{\jmath} - 10\vec{k}\right) kg.m^2/s$$

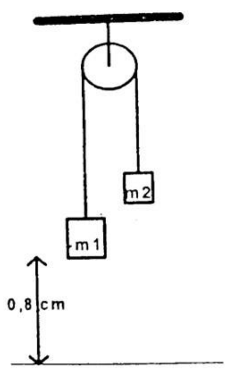
$$L = \ (10^2 + 20^2 + 10^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{600} kg.m^2/s$$

$$L = 10\sqrt{6} kg.m^2/s$$

Jadi momentum sudut benda tersebut adalah $L = 10\sqrt{6} kg.m^2/s$

3. Sebuah mesin Atwood tersusun seperti pada Gambar 5.7. dengan $m_1 = 0.50$ kg dan $m_2 = 0{,}40$ kg. Mula-mula m_1 dan m_2 diam. Bila sejak dilepas benda m_2 menempuh jarak 80 cm dalam waktu 6 s, maka berapakah momen inersia katrol tersebut.



Gambar 5.7.

Penyelesaian:

Karena kedua benda bergerak dengan percepatan konstan yang sama, maka rumusan GLBB untuk gerakan m_1 memberikan

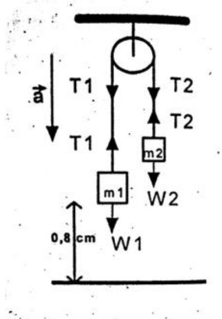
$$\Delta y = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2}a(6s)^2$$

$$0{,}8m = \frac{1}{2}a(36s^2)$$

$$a = \frac{0{,}4}{9}\text{cm/s}^2$$

Langkah selanjutnya tinjau gerakan masing-masing benda.

Perhatikan Gambar 5.8 yang memperlihatkan komponen-komponen gaya yang bekerja pada masing-masing benda. Pada gerak translasi benda 1 berlaku



Gambar 5.8.

$$\left(\sum \vec{F}\right)_1 = m_1\vec{a}_1$$

$$W_1 - T_1 = M_1 a$$

$$T_1 = W_1 - m_1 a$$

$$= m_1 g - m1_a$$

$$= 0{,}5kg \times \left(10 - \frac{0{,}04}{90}\right) m/s^2$$

$$T_1 = 4{,}98N$$

Sedangkan pada gerak translasi benda 2 berlaku

$$\left(\sum \vec{F}\right)_2 = m_2\vec{a}_2$$

$$T_2 W_2 = m_2 a_2$$

Karena percepatan benda 1 dari benda 2 sama

$$a_1 = a_2 = a$$

maka

$$T_2 - W_2 = m_2 a$$

$$T_2 = W_2 + m_2 a$$

$$= 0{,}4kg \times 10\, m/s^2 - 0{,}4kg \times 0{,}044\, m/s^2$$

$$= 4N - 0{,}08N$$

$$T_2 = 3{,}92N$$

Momen gaya yang bekerja pada katrol adalah

$$\sum \tau = Ia$$

$$T_1 r - T_2 r = I\frac{a}{r}$$

$$(4{,}98 - 3{,}92)0{,}05 = I\frac{0.0444}{0{,}05}$$

$$0{,}0053 = I \times 0{,}88$$

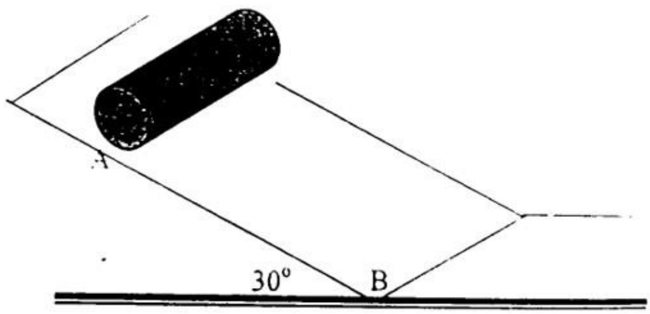
$$= 0{,}05kg.m^2$$

Jadi momen inersia katrol adalah $0{,}05kg.m^2$

4. Sebuah drum kosong dengan diameter 0,6 m, panjang 1,2 m, fan massa 10 kg menggelinding tanpa tergelincir dari A Le B sejauh adalah 10 m pada sebuah bidang miring yang memiliki sudut kemiringan 30 terhadap horisontal (Gambar 5.9). Tentukan kecepatan linier pusat massa drum ketika mencapai dasar bidang miring.

Penyelesaian:

Drum yang bergerak mengelinding tanpa tergelincir pada



Gambar 5.9.

bidang miring yang tidak licin melakukan gerak translasi dan rotasi

Dengan menggunakan hukum kakekalan energi mekanik, maka diperoleh bahwa

$$E_A = E_B$$
$$EK_A + EP_A = EK_B + EP_B$$

Karena drum bergerak menggelinding (berotasi), maka energi kinetiknya merupakan gabungan dari energi kinetik translasi dan energi kinetik rotasi, sehingga

$$(EK_t)_A + (EK_r)_A + EP_A = (EK_t)_B + (EK_r)_B + EP_B$$
$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}I\omega_A^2 + mgh_a = \frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{2}I\omega_B^2 + mgh_B$$

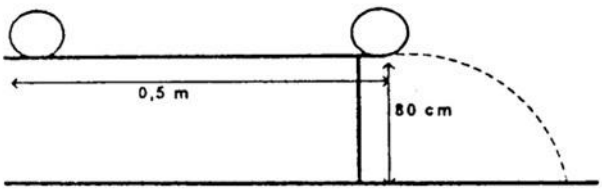
dengan V_A danV_B adalah kecepatan linier pusat massa silinder ketika di titik A dan di titik B. Dengan menganggap bahwa $h_b$adalah 0 dan $h_A = h$, diperoleh

$$0 + 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}mR^2\frac{{v_B}^2}{R} + 0$$
$$v_B^2 = gh$$

$$v_B = \sqrt{gAB \sin 30°}$$
$$= \sqrt{(10m/s\text{^}2\,)\;10m0{,}5}$$
$$= \sqrt{50}\ \mathrm{m/s^2}$$

Jadi kecepatan linier drum ketika mencapai dasar bidang miring adalah $v_B = \sqrt{50}\,m/s$.

5. Sebuah bola pejal berjari-jari 5 cm menggelinding tanpa tergelincir sejauh 50cm di atas meja (koefisien gesek $\mu = 0{,}2$. dan tinggi meja 80 cm) dengan kecepatan 4 m/s (lihat Gambar 5.10) Tentukanlah kecepatan bola ketika meninggalkan permukaan meja dan kecepatan bola ketika sampai pada permukaan tanah.



Gambar 5.10.

Penyelesaian:

Kecepatan bola yang menggelinding dapat dihitung menggunakan teorema kerja-energi oleh gaya tak konservatif,

$$-\int f.dx = \Delta EK$$
$$= \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + \frac{1}{2}I(\omega_B^2 - \omega_A^2)$$

Karena gaya konservatif yang terlibat adalah gaya gesek antara meja dan bola $f = \mu N$ maka

$$-\int_{X1}^{X2} \mu N dx = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + \frac{1}{2}(I\omega_B^2 - \omega_A^2)$$

Bola bergerak dari A ke B sejauh x m diperoleh

$$-\mu N\,x = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + \frac{1}{2}I(\omega_B^2 - \omega_A^2)$$

$$-\mu mg\ x = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) + \frac{1}{2}I(\omega_B^2 - \omega_A^2)$$
$$-\mu mg\ x = \frac{1}{2}m(v_B^2 - 4^2) + \frac{1}{2}\frac{mR^2}{2}(\frac{v_B^2}{R^2} - \frac{v_A^2}{R^2})$$
$$-0{,}2 \times 10\frac{m}{s^2} \times 0{,}5m = \frac{1}{2}m\left(v_B^2 - \left(4\frac{m}{s^2}\right)\right) + \frac{1}{4}\left(v_B^2 - \left(4\frac{m}{s^2}\right)\right)$$
$$v_B^2 = \frac{44}{3}m^2/s^2$$
$$v_B = \sqrt{\frac{44}{3}}m/s$$

Ketika meninggalkan meja bola bergerak melengkung (kombinasi gerak peluru pasa massa bola dan gerak rotasi bola terhadap pusat massanya) dengan kecepatan awal $v_B = \sqrt{\frac{44}{3}}m/s$ dalam arah mendatar. Karena sesaat ketika meninggalkan meja bola dalam keadaan berotasi, maka kecepatan bola ketika mencapai tanah dapat dicari dengan menggunakan kekekalan energi mekanik bola antara ketika di titik B (tepi meja) dan dititik C (tanah) dengan menyertakan energi kinetik rotasi bola.

$$EM_B = EM_c$$
$$(EK_t)_B + (EK_r)_B + EP_B = (EK_t)_C + (EK_r)_C + EP_C$$
$$\frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I\omega_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I\omega_C^2 + mgh_C$$

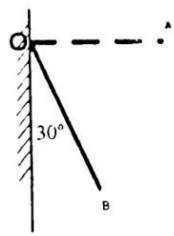
Dengan mengambil titik acuan tanah sebagai titik $0(h_B = 0)$ diperoleh MR

$$\frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v_B}{R}\right)^2 + mgh_B$$
$$= \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v_c}{R}\right) + mgh_c$$
$$\frac{3}{4}v_B^2 + 10m/s^2 \times 0{,}8m = \frac{3}{4}v_C^2 + 0$$
$$\frac{3}{4}\frac{44}{3}(m/s)^2 + \frac{8m^2}{s} = \frac{3}{4}v_C^2$$
$$19(m/s)^2 = \frac{3}{4}v_C^2$$
$$v_C^2 = \frac{76}{3}(m/s)^2$$

$$v_C = \sqrt{\frac{76}{3}} m/s$$

Dengan demikian kecepatan bola saat meninggalkan meja adalah$v_B = \sqrt{\frac{44}{3}} m/s$, sedangkan kecepatan bola ketika mencapai tanah adalah $v_C = \sqrt{\frac{76}{3}} m/s$.

6. Sebuah batang panjang 1 m dengan salah satu ujungnya dijadikan poros (Gambar 5.11).Batang dilepaskan dari keadaan horisontal (posisi A). Hitunglah kecepatan sadut dan kecepatan Iinier ujung batang pada posisi B yaitu ketika batang membentuk sudut 30° terhadap vertikal



Gambar 5.11.

Penyelesaian:

Pada gerakan batang yang melakukan rotasi terhadap poros, maka berlaku hukum kekekalan energi yaitu

$$EK_A + EP_A = EK_B + EP_B$$

$$\frac{1}{2}I\omega_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}I\omega_B^2 + mgh_B$$

dengan I adalah momen inersia batang yang besarnya adalah

$$I = \frac{1}{3}Ml^2$$

Pada kondisi batang mendatar (posisi A), maka kecepatan sudut basang adalah NOL, sehingga

$$0 + mgl = \frac{1}{2}\frac{1}{3}ml^2\omega_B^2 + mg\frac{1}{2}l\cos 30$$

$$g = \frac{1}{6}l\omega_B^2 + \frac{1}{2}g\frac{1}{2}$$

$$g\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{6}l\omega_B^2$$

$$\omega_B^2 = \frac{18g}{4l} = \frac{9g}{2l}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{9g}{2l}} = 3\sqrt{\frac{g}{2l}}$$

$$= 3\sqrt{\frac{10}{2 \times 1}} = 3\sqrt{5}\, rad/s$$

Kecepatan sudut dan batang ketika berada 30° terhadap vertikal (di titik B) adalah

$$\omega = 2\sqrt{5} rad/s$$

Kecepatan linier dari ujung batang adalah

$$v = \omega L$$

$$= 2\sqrt{5} rad/s \times 1m$$

$$= 2\sqrt{5} m/s$$

Jadi kecepatan linier ujung batang adalah 25 m/s

$$v = 2\sqrt{5} m/s$$

7. Sebuah tempat pemutar CD (CD player) mala-mula berputar dengan kecepatan sudut 20 rad/s. Tiba-tiba pemutar itu ditumpuki CD yang bermassa 0,5 kali lebih besar dari massanya. Tentukanlah kecepatan sudut pemutar setelah tertumpuki CD tersebut.

Penyelesaian:

Gerakan rotasi benda ketika mengitari suatu sumba putar mematuhi hukum kekekalan momenum sudut.

$$L_{awal} = L_{akhir}$$

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = I_1\omega_1 + I_2\omega_2$$

Keadaan awal sistem berupa piringan pemutar CD, sedangkan keadaan akhir berupa dua piringan penatar dan piringan CD yang bergabung sesumbu, karena itu kekekalan momentum sudut sistem dituliskan sebagai

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)W_{akhir}$$

Dengan menganggap mata CD adalah m_1, massa CD adalah m_2, dan kedua CD berjari- jari sama $R_1 = R_2 = R_3$, maka

$$\omega_{akhir} = \left(\frac{I_1}{I_1 + I_2}\right)\omega_0$$

$$= \frac{\frac{1}{2}m_1R_1^2}{\frac{1}{2}m_1R_1^2 + \frac{1}{2}m_2R_2^2}\omega_0$$

$$= \frac{\frac{1}{2}m_1R_1^2}{\frac{1}{2}m_1R_1^2 + \frac{1}{2}\frac{m_1}{2}R_1^2}\omega_0$$

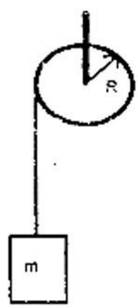
$$= \frac{\frac{1}{2}m_1R^2}{\frac{1}{2}m_1R^2 + \frac{1}{4}m_1R^2}\omega_B$$

$$= \frac{40}{3} rad/s$$

$$\omega_{akhir} = \frac{40}{3}\ rad/s$$

Jadi kecepatan radut sistem setelah CD dimasukkan adalah $\omega_{akhir} = \frac{40}{3}\ rad/s$

8. Pada sebuah sistem katrol seperti tampak pada Gambar 5.12. Massa dan jari-jari katrol adalah M dan R. sedangkan massa benda yang tergantung adalah m. Jika benda m bergerak turun sejauh i dari keadaan diam, maka dengan menggunakan prinsip kekekalan energi mekanik tentukanlah kecepatan benda ketika mencapai tanah



Gambar 5.12.

Penyelesaian:

Pada sistem ini berlaku hukum kekekalan energi mekanik, yaitu

$$EK_1 + EP_2 = EK_2 + EP_2$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + 0$$

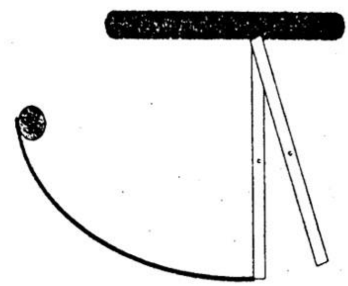
Dengan $I = \frac{1}{2}MR^2$ adalah momen inersia katrol $\omega = \frac{v}{R}$ dan kecepatan sudutnya, sehingga didapatkan

$$0 + mgh = \frac{1}{2mv^2} + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}MR^2)(\frac{v}{R})^2 + 0$$

$$v = \left(\frac{4gh}{2m + M}\right)^{1/2}$$

Jadi kecepatan benda ketika menyentuh tanah adalah $v = \left(\frac{4gh}{2m+M}\right)^{1/2}$

9. Sebuah benda bermassa m bergerak dari keadaan diam pada sebuah bidang lengkung. Setelah turun sejauh jarak vertikan h benda menumbuk ujung sebuah batang panjang l dan bermassa M yang tergantung secara vertikal dengan ujung kedua berfungsi sebagai poros, seperti pada gambar 5.13. berapakah kecepatan linier benda saat menumbuk ujung batang.



Gambar 5.13.

Penyelesaian:

Energi mekanik ang dimiiki benda adala kekal, sehingga besarnya kecepatan benda tepat sesaat sebelum menumbuk ujung batang dapat dihitung menggunakan hubungan;

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

Ketika terjadi tumbukan benda dan ujung batang, berlaku hukum kekekalan momentum linier antara sebelum tumbukan (p) dan setelah tumbukan (p')

$$p = p'$$

Sesaat setelah tumbukan, batang berayun dan jika kecepatan benda saat menumbuk batang adalah v_B dan kecepatan batang setelah tumbukan adalah v'_d diperoleh

$$mv_B = mv_D + I\omega$$

Dengan

$$v_d = \omega d \text{ dan } I = \frac{1}{3}Md^2. \text{diperoleh}$$

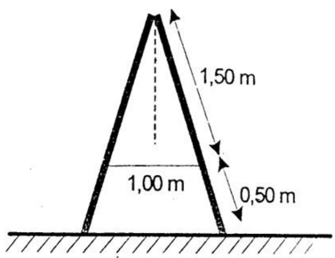
$$m\sqrt{2gh}\,d = mv_d + \frac{1}{3}Md^2\omega$$

$$v_d = \frac{3m\sqrt{2gh}}{3m + M}$$

10. Sebuah tangga dibuat dari dua batang identik dengan panjang 2 m dan berat 60 N dengan cara menyambungkan kedua ujung batang. Pada jarak 0,5 m dari masing-masing ujung kedua, kedua batang dihubungkan dengan tali sepanjang 1 m hingga membantuk sebuah tangga yang diam (berada dalam kadaan setimbang) di atas lantai licin seperti pada Gambar 5.14. Hitunglah tegangan tali penghubung kedua batang tersebut.

Penyelesaian:

Sistem batan penyusun tangga berada dalam keadaan setimbang hanya bila memenuhi syarat kesetimbangan translasi $\left(\sum \vec{F} = 0\right)$ dan kesetimbangan rotasi $(\sum \vec{\tau} = 0)$.



Gambar 5.14.

$$\left(\sum F_y = 0\right)$$

$$F_N = W = 60\text{N}$$

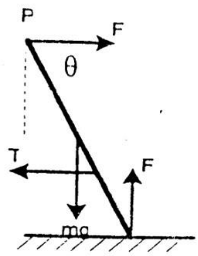
Besarnya torsi yang bekerja pada ujung batang (terhadap P) adalah

$$F_N(l\sin\theta) - 60\left(\frac{1}{2}l\sin\theta\right) - T\left(\frac{3}{4}\sin\theta\right) = 0$$

$$60\text{N}(2m\sin\theta) - 60\text{N}(1m\sin\theta) - T(1{,}5m\sin\theta)$$

Dari Gambar 5.15 didapat nilai $\sin\theta$ sebesar

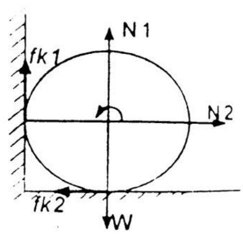
$$\sin\theta = \frac{0{,}5}{1{,}5} \text{ atau } \theta = 19{,}5°$$



Gambar 5.15.

Sehingga nilai tegangan talinya adalah 7,1 N.

11. Silinder homogen yang berjari-jari R (Gambar 5.16) diputar terhadap sumbunya dengan kecepatan sudut ω_0. Dalam keadaan berputar, silinder ini ditempatkan pada pojok suatu ruang. Jika koefisien gerak antara dinding/lantai dengan silinder adalah μ. Setelah berapa putaran silinder akan berhenti jika hanya silinder berputar ditempat.



Gambar 5.16.

Penyelesaian:

Karena benda pada awalnya mengalami gerak melingkar dan kemudian berhenti, maka perubahan energi kinetik sebesar

$$EK' - EK_0 = 0 - \frac{1}{2}\omega_0^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{mR^2}{2}\right)\omega_0^2$$

Besarnya perubahan energi kinetik tersebut adalah

$$\Delta EK = \left(\frac{mR^2\omega_0^2}{4}\right)$$

Karena silinder tidak bergerak translasi, maka percepatan liniernya adalah nol, sehingga resultan gaya-gayanya dapat dituliskan sebagai

$$\sum F_x = 0$$
$$N_1 = \mu N_2 = mg$$

Dan

$$\sum F_y = 0$$
$$N_2 = \mu N_1$$

Jumlah putaran roda hingga berhenti dapat dicari dengan menggunakan prinsip kerja energi. Untuk menentukan kerja perlu ditentukan panjang lintasannya. Dengan menggunakan panjang lintasan sekali putaran $2\pi R$, maka besarnya usaha oleh gaya gesek adalah

$$W = (\mu N_2 + \mu N_1) 2\pi n R$$

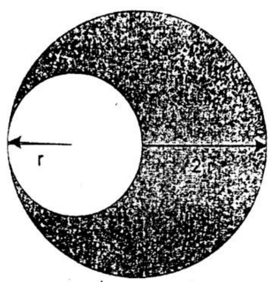
Karena usaha oleh gaya gesek tersebut sama dengan perubahan energi kinetik roda, maka

$$W = \Delta EK$$
$$\frac{mR2\omega_0^2}{4} = \frac{2\pi n R(1+\mu)mg}{1+\mu^2}$$

Atau

$$n = \frac{\omega_0^2 R(1+\mu^2)}{8\pi\mu g(1+\mu)}$$

12. Sebuah cakram homogen berjari-jari $R = 20$ cm dan bermassa 7.300 gram memiliki lubang seperti pada Gambar 5.17. Hitunglah momen inersia cakram jika diputar terhadap pusatnya.



Gambar 5.17.

Penyelesaian:

Benda yang berotasi pada suatu sumbu putar memiliki besaran yang disebut momen inersia

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

Dari Gambar 5.9 terlihat bahwa terdapat lubang pada cakram. Besarnya momen inersia lubang terhadap sumbu putar (pusat cakram) dapat ditentukan dengan menggunakan dalil sumbu sejajar, yaitu:

$$I_l = I_0 + m_l d^2$$

dengan I_0 adalah momen inersia lubang jika sumbu putarnya berada pada pusat massa (pusat lubang) dan d adalah jarak antara pusat massa terhadap sumbu putar, dalam hal ini adalah R. sehingga besarnya momen inersia dari lubang adalah

$$I_l = \frac{1}{2}m_l r^2 + m_l r^2$$
$$= \frac{3}{2}m_l r^2$$

Untuk lubang, maka nilai momen inersianya bertanda negatif karena berupa lubang sehingga besarnya momen inersia dari cakram tersebut adalah

$$I = I_c - I_l$$
$$= \frac{1}{2}mR^2 - \frac{3}{2}m_l r^2$$

karena nilai $r = \frac{1}{2}R$, maka nilai momen inersianya adalah $I = \frac{1}{2}mR^2 - \frac{3}{2}m_l\left(\frac{1}{2}R\right)^2$

13. Sebuah katrol berjari-jari 10 cm memiliki momen inersia sebesar 10^4 gr. cm^2. jika pada ujung katrol dikenakan gaya sesaat sebesar $F = 0{,}5\,t + 0{,}3\,t^2$N pada bagian tepinya. Tentukanlah percepatan linier tepi katrol pada saat $t = 2$ s.

Penyelesaian:

Ketika sebuah katrol dikenai gaya pada sisi tepinya, maka katrol tersebut akan berotasi pada sumbunya. Persamaan gerak rotasinya adalah

$$\vec{\tau} = I\vec{a} = \vec{R} \times \vec{F}$$
$$\tau = R\sin 90° = RF$$

Selama 2 s, besarnya gaya yang bekerja adalah

$$F(2) = (0{,}5\ \times 2 + 0{,}3 \times 2^2)N$$
$$= 2{,}2 \times 10^{-1}\text{N}$$

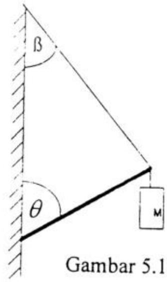
Jadi besarnya momen gaya yang bekerja pada katrol adalah

$$\tau = 2{,}2 \times 10^{-1}\ N.m$$

Sedangkan percepatan sudutnya adalah

$$a = \frac{\tau}{I} = \frac{2{,}2 \times 10^{-1}}{10^{-3}} \frac{N.m}{kg.m^2}$$
$$= 20\, rad/s^2$$

14. Batang massa 10 kg dan panjang 1 m diikat pada salah satu ujungnya dengan sebuah tali sehingga membentuk sudut $\theta = 60°$ dan $\beta = 30°$, sedangkan ujung lainnya dilubangi dan dijadikan poros (engsel). Ujung batang yang terikat dengan tali digantungi beban sebesar $M = 2{,}00$ kg (perhatikan Gambar 5.18). jika sistem dalam keadaan setimbang, tentukanlah

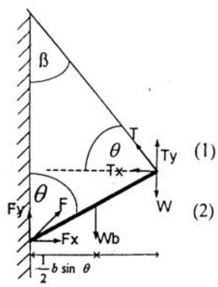


Gambar 5.18.

a. Tegangan tali
b. Gaya horisontal dan vertikal yang dialami oleh poros.

Penyelesaian:

a. Dari Gambar 5.18 dapat diuraikan gaya-gaya yang bekerja pada setiap sisi sistem seperti Gambar 5.19.



Gambar 5.19.

Syarat kesetimbangan translasi dan rotasi seperti yang dibahas pada contoh soal sebelumnya sesuai sukum pertama Newton resultan gaya-gaya yang bekerja pada setiap sumbu sama dengan nol.

$$F_x - T_x = 0$$
$$F_x - T\sin\theta = 0$$
$$F_y + T_y - W_b - W = 0$$
$$F_y + T\sin\theta - W_b - W = 0$$

Syarat yang kedua agar benda dalam keadaan setimbang adalah jumlah momen gaya yang bekerja sama dengan NOL. Dalam hal ini adalah momen gaya terhadap poros, sehinga

$$W_b \frac{1}{2} b \sin\theta + W\ b \sin\theta - T_y\ b \sin\theta = 0$$
$$\frac{1}{2} W_b + W - T \sin\theta = 0$$
$$T = \frac{W_b + 2W}{2 \sin\theta}$$
$$= \frac{10\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 2 \cdot 2\text{kg} \frac{10\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot \sin 30°}$$
$$= 140\ \text{N}$$

Jadi tegangan talinya adalah T = 140 N.

b. Gaya horisontal dan vertikal pada poros.

Besarnya gaya yang bekerja pada poros dapat dicari dengan menggunakan Pers.(1) dan Pers.(2), yaitu

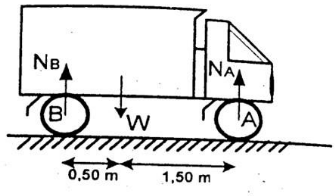
$$F_x = T \cos\theta$$
$$= 140\ \text{N} \cos 30°$$
$$F_x = 70\sqrt{3}\ \text{N}$$
$$F_y = W_b + W - T \sin\theta$$
$$= m_b g + Mg - 140 \sin 30°$$
$$= (10\text{kg}) \times 10\ \text{m/s}^2 + 2\text{kg} \times (10\text{m/s}^2) - (140N) \times 0{,}5$$
$$= 120\ \text{N} - 70\ \text{N}$$
$$= 50\ \text{N}$$

Jadi besarnya gaya horisontal yang bekerja pada poros adalah $F_x = 70\sqrt{3}$N, sedang gaya vertikalnya adalah $F_y =$ 50 N.

15. Jarak antara sumbu roda depan dan belakang sebuah truk adalah 2 m (Gambar 5.20). Jika massa truk adalah 1500 kg dan pusat massanya terletak pada jarak 1,5 m dari roda depan, tentukanlah besarnya beban yang dipikul oleh masing-masing roda.

Penyelesaian:

Dalam keadaan setimbang (**kendaraan** dalam keadaan berhenti), maka syarat setimbang adalah $\sum \tau = 0$. Sebagai contoh diambil momen gaya terhadap poros roda belakang (B)



Gambar 5.20

$$\sum \tau_A = 0$$
$$N_B(AB) - mg(AP) = 0$$
$$N_B \times (2) - 1500 \times 10 \times (0{,}5) = 0$$
$$N_B = 2250$$

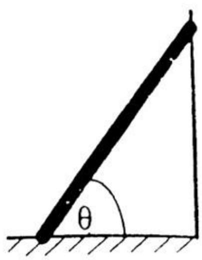
Besar beban yang **ditanggung** oleh roda depan (A) adalah

$$\sum \tau_B = 0$$
$$N_A(AB) - mg(BP) = 0$$
$$N_A \cdot 2m = 1500\text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 \times 0{,}5\text{m}$$
$$N_A = 3750\ \text{N}$$

Jadi besarnya beban yang diterima oleh roda depan adalah $N_A = 3750$ N dan roda belakang $N_B = 2250$ N.

2

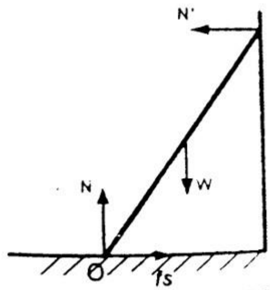
16. Sebuah tangga serba sama panjang 3 m dan bermassa 5 kg disandarkan pada sebuah tembok licin, sedangkan ujung lainnya menyangga pada lantai kasar (Gambar 5.21). jika koefisien gesek statis an kinetis berturut-turut adalah 0,4 dan 0,3, tentukanlah sudut kemiringan minimum (θ) tangga agar tangga tidak terpeleset jatuh.



Gambar 5.21.

Penyelesaian:

Gaya-gaya yang bekerja pada tangga diilustrasikan seperti Gambar 5.22. N′ adalah gaya normal pada dinding oleh tangga.



Gambar 5.22.

Berdasarkan hukum kedua Newton, syarat **agar** tangga dalam keadaan setimbang adalah $\sum \tau = 0$. Dan $\sum F = 0$ artinya tangga tidak terpeleset dan tidak berotasi. Dari Gambar tampak bahwa

Komponen gaya-gaya dalam arah sumbu x

$$\sum F_x = 0$$

$$f_s - N' = 0$$

Komponen gaya-gaya dalam **arah** sumbu x

$$\sum F_y = 0$$

$$N - W = 0$$

Sedangkan jumlah momen **gayanya** dapat diambil terhadap O

$$\sum \tau_0 = N'l \sin\theta - mg\frac{l}{2}\cos\theta = 0$$

$$N'l\sin\theta = \frac{l}{2}mg\cos\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{mg}{2f_s} = \frac{mg}{2\mu_s mg} = \frac{1}{2\mu_s}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{2 \times 0{,}4}$$

$$\theta_{\min} = 51°$$

Jadi sudut minimum agar tangga tidak terpeleset adalah 51° terhadapt horisontal.

BAB VI
GETARAN

A. Getaran Sederhana

Getaran adalah gerak bolak-balik sebuah benda melalui titik kesetimbangannya.

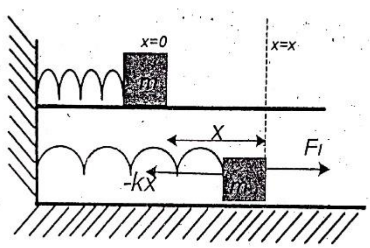
1. Hukum Hooke

Suatu sistem dikatakan memenuhi hukum Hooke jika gaya pemulih sebanding dengan simpangannya. Sebagai contoh apabila pegas ditarik sejauh x maka besarnya gaya pemulih adalah

$$F = -kx$$

dengan k adalah konstanta pegas dalam N/m.

Ketika pegas ditarik oleh gaya F_1, maka gaya pemulih selalu mengembalikan pegas menuju kondisi setimbang. Berdasarkan hukum kedua Newton maka



Gambar 6.1

$$F = -kx = ma$$

$$ma + kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

Persamaan diferensial getaran sederhana

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Solusi umum dari diferensial ini adalah

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

dengan x simpangan; dalam m

A amplitudo; dalam m

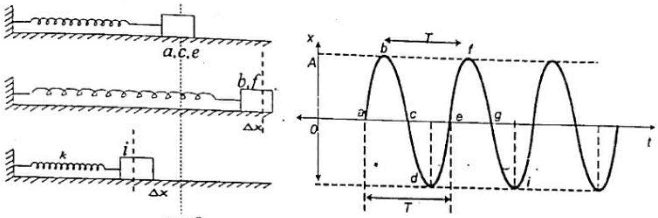
ω frekuensi sudut; dalam rad/s

t waktu; dalam s

φ_0 fase awal; dalam rad

Secara grafis gerakan bolak-balik dapat digambarkan seperti pada (Gambar 6.2)

Solusi persamaan getaran disebut persamaan umum getaran



Gambar 6.2

$$x = A sin(\omega t + \phi_0)$$

Amplitudo (A) adalah simpangan terjauh dari titik kesetimbangan.

$$\omega = 2\pi\, f = \frac{2\pi}{T}$$

Frekuensi (*f*) adalah jumlah getaran yang terjadi tiap s, dalam Hz, sedangkan perioda (*T*) adalah waktu yang dibutuhkan untuk satu kali getaran, dalam s.

Hubungan frekuensi dan perioda adalah

$$f = \frac{1}{T}$$

B. Energi getaran

Untuk getaran harmonis sederhana sistem pegas massa, energi yang tersimpan terdiri dari energi potensial pegas dan energi kinetik benda. Energi potensial yang tersimpan dalam pegas adalah

$$EP = -\int_{x=0}^{x} F dx = -\int_{x=0}^{x} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx^2$$

Sedangkan energi kinetik benda adalah

$$EK = \frac{1}{2} mv^2$$

Energi mekanik (E) sistem pegas massa yang merupakan jumlah energi kinetik benda dan energi potensial pegas adalah konstan. Hal ini membuktikam bahwa pada getaran harmonis sederhana berlaku hukum kekekalan energi, yaitu

$$EK + EP = E = konstan$$

Untuk sebuah benda bermassa m yang pada posisi x bergerak dengan kecepatan v, maka besarnya energi mekanik $E = \frac{1}{2}kA^2$ sehingga dapat dituliskan

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \qquad (1)$$

Dengan A adalah amplitudo getaran

1. Kecepatan getaran

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos\left(\omega t + \phi_0\right)$$

dari pers.(1) kecepatan benda pada ujung pegas yang bergetar adalah

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2 - x^2\right)}$$

2. Percepatan getaran

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \emptyset_0)$$

Percepatan maksimum benda adalah

$$a = A\omega^2$$

C. <u>Bandul matematis</u>

Ketika bandul matematis disimpangkan sejauh ϴ yang kecil (ϴ < 10°) dari titik setimbang maka gaya pemulihnya adalah

$$F = -m\ g\ sin\Theta,$$

tanda (-) diberikan karena ketika bandul berayun ke kanan gaya pemulihnya ke kiri Pernyataan hukum kedua Newton,

$$-\ m\ g \sin\theta = m\frac{d^2s}{dt^2}$$

Dengan panjang busur $s = L\theta$. Sehingga diperoleh

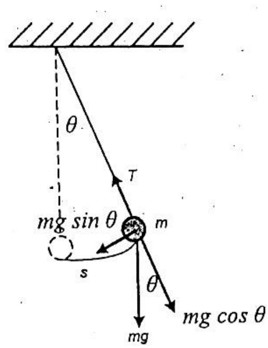
$$mL\frac{d^2\theta}{dt^2} + m\ g \sin\theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$$

Untuk sudut simpangan kecil ($\theta <$ 10°) maka $\sin\theta \approx \theta$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\,\theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$



Gambar 6.3

Frekuensi sudut getaran adalah $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

Sehingga periode getaran adalah $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

D. Bandul fisis

Sebuah batang serbasama dengan Panjang L dan masa M salah satu ujungnya dijadikan poros dan dibiarkan tergantung bebas. Ketika batang disimpangkan sejauh θ dari posisi setimbang, maka akan terjadi getaran akibat adanya gaya pemulih yang besarnya adalah

$$F = -m\ g\ sin\theta$$

Besarnya torsi pemulih terhadap poros adalah

$$\vec{\tau} = -\vec{r} \times \vec{F} = I\vec{a}$$

$$\tau = -r\ F \sin 90° = Ia$$

dengan I adalah momen inersia batang, sehingga

$$-rF = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + r\ m\ g \sin\theta = 0$$

dengan r adalah jarak antara titik pusat massa batang ke poros, sehingga untuk simpangan kecil ($\theta < 10°$) diperoleh

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{r\ m\ g}{I}\theta = 0$$

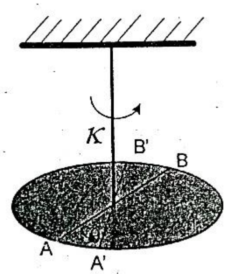
Periode getaran yang terjadi ditentukan dari

$$\omega^2 = \frac{rmg}{I}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{rmg}}$$

E. Bandul torsi

Sebuah kawat dengan kekakuan k diberi beban pada salah satu ujungnya, dan ujung lainnya dibuat diam. Bila benda dipuntir sebesar θ maka benda akan berputar kembali ke keadaan setimbangnya. Peristiwa ini terjadi karena pada kawat terdapat torsi pemulih,



Gambar 6.5.

$$\tau = -k\theta = I\alpha$$
$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + k\theta = 0$$
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k}{I}\theta = 0$$

Periode getaran pada bandul torsi,

$$\omega^2 = \frac{k}{I}$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$$

<u>Superposisi 2 getaran harmonis sederhana</u>

1. Getaran searah, frekuensi sama

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \phi_1)$$
$$x_2 = A_2\cos(\omega t + \phi_2)$$

Persamaan resultannya adalah

$$x = A\cos\ (\omega t + \phi)$$

dengan,

$$\tan\phi = \frac{A_1\sin(\phi_1) + A_2\sin(\phi_2)}{A_1\cos\phi_1 + A_2\cos(\phi_2)}$$

dan

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta$$
$$\delta = \phi_1 - \phi_2$$

2. Getaran saling tegak lurus,

Tinjau dua buah getaran yang saling tegak lurus

$$x = A_x\cos(\omega_x t + \varphi_x)$$
$$y = A_y\cos\ (\omega_y t + \varphi_y)$$

Jika frekuensi sama, beda fase $|\phi_x - \phi_y| = \phi$ maka diperoleh resultan,

$$\left(\frac{x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_y}\right)^2 - \frac{2xy}{A_xA_y}cos\phi = sin^2\phi$$

Jika $\phi = 0; dan\ A_x = A_y = A$ resultan berupa garis lurus

Jika $\phi = \frac{\pi}{2}$ resultan berupa lingkaran

Jika $\phi = \frac{\pi}{4}$ resultan berupa ellips

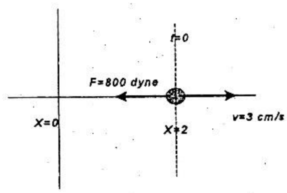
F. Contoh soal

1. Pada sistem pegas massa, massa benda yang dikaitkan adalah 40 gram. Ketika berada pada simpangan 2 cm dari keseimbangan, gaya pemulih yang bekerja adalah 8N dan kecepatan ke kanan (anggap sumbu x) adalah 3 cm/s. Tentukan

a. Simpangan maksimum
b. Kecepatan maksimum
c. Kecepatan pada posisi 1 cm disebelah kanan titik kesetimbangan
d. Kecepatan pada posisi 1 cm disebelah kiri titik kesetimbangan

Penyelesaian:

a. Dari soal diketahui gaya pemulih pada x = 2 cm adalah 8N, sehingga besarnya konstanta k dapat diperoleh dari



Gambar 6.6.

$F = kx$

$k = \frac{F}{x} = \frac{8\,N}{0{,}02\,m} = 400$ N/m

Energi balok yang mengalami getaran adalah konstan,

E = EP + EK

$= \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$

Sehingga besarnya energi pada posisi 2 cm adalah

$E = \frac{1}{2}(400\text{ N/m})(0{,}02\text{m}^2) + \frac{1}{2}(0{,}04\text{kg})(3\text{m/s})^2$

$= 0{,}08\text{J} + 0{,}18\text{J}$

$= 0{,}26\text{J}$

Simpangan maksimum terjadi ketika kecepatan minimum (nol), sehingga

$E = \frac{1}{2}k(x_{\text{maks}})^2 + \frac{1}{2}\text{m}.0^2$

$0{,}26\text{J} = \frac{1}{2}400\text{N/m}\ (x_{\text{maks}})^2$

$(x_{\text{maks}})^2 = 0{,}013\text{m}^2$

$x = \sqrt{0{,}013\ m}$

b. Kecepatan maksimum akan dicapai ketika simpangannya minimum, sehingga

$E = \frac{1}{2}k.0 + \frac{1}{2}\,m.(\,v_{maks})^2$

$0.26\text{J} = \frac{1}{2}\,0.04\text{kg}\,(\,v_{maks})^2$

$(v_{maks})^2 = 13\ (\text{m/s})^2$

$v_{maks} = \sqrt{3\ m/s}$

c. Kecepatan di x = 1 cm

$E = \frac{1}{2}\,400\ \text{N/m}\ (0{,}01\text{m})^{\,2} + \frac{1}{2}\,0{,}04\text{kg}\,(\,v)^2$

$0{,}26\ \text{J} = 0{,}02\text{J} + 0{,}02\text{kg}\ (v)^2$

$v = \sqrt{12\ m/s}$

d. Kecepatan di x = -1 cm

$E = \frac{1}{2}\,400\ \text{N/m}\ (0{,}01\text{m})^{\,2} + \frac{1}{2}\,0{,}04\text{kg}\,(\,v)^2$

$0{,}26\ \text{J} = 0{,}02\text{J} + 0{,}02\text{kg}\ (v)^2$

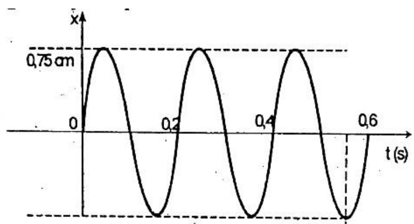
$v = \sqrt{12\ m/s}$

Jadi kecepatan balok, 1 cm di kanan atau di kiri titik kesetimbangan adalah sama, yaitu $v = \sqrt{12\ m/s}$

2. Sebuah getaran harmonis menghasilkan simpangan seperti pada gambar 6.7.

Tentukan :

a. Frekuensi
b. Amplitudo
c. Kecepatan
d. Percepatan



Gambar 6.7.

Penyelesaian:

a. Dari gambar 6.7 didapatkan perioda getaran adalah 0,2 s, sehingga

$T = \frac{1}{f}$

$f = \frac{1}{T}$

$= \frac{1}{0{,}2s} = 5\frac{1}{s} = 5Hz$

Jadi, frekuensi getarannya adalah 5 Hz.

b. Amplitudo getaran dari Gambar 6.9 adalah 0,75 cm

c. Dari persamaan simpangan $x = A\, sin(\omega t + \phi_0)$, kecepatan dapat diperoleh dengan mendiferensialkan simpangan terhadap waktu (dengan fasa awal adalah 0), yaitu

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A \sin(\omega t))$$
$$= A\omega \cos(\omega t)$$

Sehingga kecepatan maksimum adalah

$$v_{maks} = A\omega = A(2\pi f) = (0{,}75m)2\pi(5Hz)$$
$$= 7{,}50\pi \text{ m/s}$$
$$v_{maks} = 23{,}5 \text{ m/s}$$

d. Percepatan dapat diperoleh dengan mendiferensialkan kecepatan terhadap waktu, yaitu:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(A\omega\, cos(\omega t)\right) = (A\omega(-\omega\, sin\, \omega t)$$
$$= -A\omega^2 \sin(\omega t)$$

Sehingga percepatan maksimumnya adalah

$$a_{maks} = 0{,}75m(2\pi 5Hz)^2$$
$$a_{maks} = 739{,}47 \text{ m/s}^2$$

3. Sebuah benda bermassa 1 kg mengalami getaran harmonis sederhana dengan persamaan getaran $x = 2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ dalam m dan dengan konstanta kekakuan k = 400 N/m. Tentukan:
   a. Simpangan mula mula
   b. Kecepatan mula mula
   c. Percepatan mula mula
   d. Energi dari getaran

Penyelesaian:

a. Simpangan mula-mula atau saat t = 0 s,

$$x = 2\cos\left(\omega.0 + \frac{\pi}{3}\right)$$
$$= 2\cos 60° = 2.\frac{1}{2} = 1 \text{ m}$$

b. Kecepatan mula mula

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)\right]$$

$$= 2.\omega \left[-\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)\right]$$

Dengan,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400\ N/m}{1{,}00\ kg}} = 20 \text{ rad}$$

Maka

$$v(0) = 2\,(20)\left(-\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 40\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$$

$$= -20\sqrt{3}\ \text{m/s}$$

c. Percepatan mula mula

$$a(t) = -2\omega^2 \cos\,(\omega t + \frac{\pi}{3} = -2(400rad^2)\cos\left(\ \omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$a(0) = \ -800\cos\left(0 + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= -800cos60°$$

$$a(0) = -800\frac{1}{2} = -400\ \text{m/s}^2$$

Jadi, percepatan mula mula -400 m/s^2

d. Energi mekanik dihitung dari

$E = EP + EK$

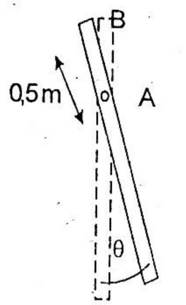
Energi mekanik sama dengan energi potensial pada posisi simpangan maksimum, dan akan sama dengan energi kinetik saat kecepatannya maksimum. Dari soal terlihat bahwa simpangan maksimum adalah 2m, sehingga energi mekaniknya adalah:

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}(400\text{N/m})(0{,}02m)^2 + \frac{1}{2}(0{,}01kg)(0)^2$$

Jadi, E = 0,08J

4. Sebuah batang dengan massa m = 2kg dan panjang L = 1,5 m berayun dengan poros A yang berjarak 0,5 m dari ujung B (lihat Gambar 6.8). batang mula-mula disimpangkan sejauh θ = $\frac{\pi}{10} rad$ kemudian dilepas.
Tentukan
   a. Frekuensi ayunan
   b. Persamaan simpangan



Gambar 6.8.

Penyelesaian:

a. Besarnya frekuensi ayunan dihitung dari $\omega = \sqrt{\frac{mgr}{I_A}}$; dengan r jarak antara A ke pusat massa, dan I_A adalah momen inersia batang terhadap poros A (Gambar 6.9)

$$I_A = \int_{x=-\frac{1}{3}L}^{\frac{2L}{3}} x^2\, dm = \int_{x=-\frac{1}{3}L}^{\frac{2L}{3}} x^2\, \lambda dx$$

$$= \frac{1}{3}\lambda(x^3)\Big|_{-\frac{1}{3}L}^{\frac{2}{3}L}$$

$$I_A = \frac{1}{3}\lambda\left(\frac{8}{27}L^3 + \frac{1}{27}L^3\right) = \frac{1}{9}\lambda L^3$$

Karena $m = \lambda L$, maka

$$I_A = \frac{1}{9}mL^2 = \frac{1}{9}(2kg)(1.5\ m)^2$$

$$= \frac{1}{2}kg.m^2$$

Sehingga frekuensi ayunan yang terjadi adalah

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(2kg)(10\ m/s^2)(0{,}25m)}{\frac{1}{2}kg\ m^2}}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{10\frac{1}{s^2}} = \frac{\sqrt{10}}{2\pi}\text{Hz}$$

Jadi frekuensi ayunan batang adalah= $\frac{\sqrt{10}}{2\pi}$ Hz

b. persamaan simpangan sebagai fungsi waktu

$$\Theta(t) = \Theta_m \cos(\omega t + \phi_2)$$

karena benda dilepas dari keadaan diam pada

$$\Theta = \frac{\pi}{10} rad, maka\ \Theta_m = \frac{\pi}{10} rad$$

Syarat awal t = 0 $s, \Theta_0 = \frac{\pi}{10}$ rad, sehingga

$$\frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{10}\cos(0 + \phi_0)$$

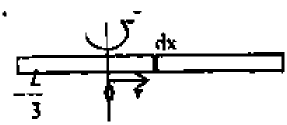
Dan diperoleh

$$\phi_0 = 0\ rad$$

Jadi persamaan simpangan ayunan adalah

$$\Theta(t) = \frac{\pi}{10}\cos\left(\sqrt{10}\ t\right) rad.$$

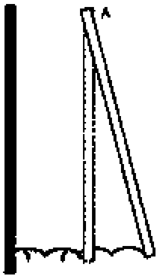
5. Ujung bawah sebuah batang dengan panjang L dan massa m dikaitkan pada pegas yang terikat pada dinding (lihat Gambar 6.10). Batang disimpangkan sejauh Θ yang kecil (Θ < 10°) sedemikian hingga regangan pegas tetap berada di bidang semula, kemudian dilepas. Karena Θ kecil maka dapat dianggap pegas tetap pada posisi mendatar. Tentukan perioda getaran.



Gambar 6.9

Penyelesaian:

Dengan menganggap batang kaku, maka momen inersia batang terhadap poros A adalah adalah $\frac{1}{3}$ mL^2. Dengan memperhatikan uraian gaya-gaya seperti ditunjukkan Gambar 6.11,



Gambar 6.10

Hukum kedua newton untuk gerak rotasi sistem ini adalah

$$\tau_A = I_A \alpha$$

$$-(mg\ sin\Theta)\left(\frac{1}{2}L\right) - (k\ x)(L\ cos\Theta) = (\frac{1}{3}mL^2)\alpha$$

$$-(mg\ sin\Theta)\left(\frac{1}{2}L\right) - (k\ L\ sin\Theta)(L\ cos\Theta) = (\frac{1}{3}mL^2)\alpha$$

Untuk sudut Θ kecil maka nilai $\sin\Theta \approx \Theta, \cos\Theta \approx 1$ sehingga

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \left(\frac{3g}{2L} + \frac{3k}{m}\right)\Theta = 0$$

Jika dibandingkan dengan persamaan getaran harmonis,

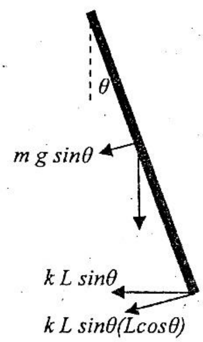
$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \omega^2\Theta = 0$$

Maka

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2L} + \frac{3k}{m}}$$

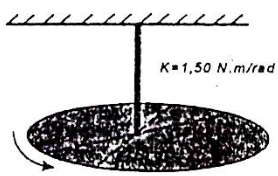
Sehingga perioda getaran adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2mL}{3mg+6kL}}$$



Gambar 6.11

6. Sebuah cakram bermassa 10 kg dan berdiameter 10 cm digantung pada batang tipis yang massanya diabaikan dan memiliki konstanta torsinal k = 1,5 N.m/rad (lihat Gambar 6.12).



Gambar 6.12.

tentukan perioda puntiran cakram untuk sudut puntir yang kecil.

Penyelesaian:

Persamaan gerak rotasi untuk **bandul** torsi adalah

$$\sum \tau = I\alpha$$

Dengan I merupakan momen **inersia** cakram, adalah

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$

Sehingga besarnya torsi terhadap **pusat** cakram

$$-k\Theta = \frac{1}{2} mR^2 \frac{d^2\Theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} + \frac{2k}{mR^2}\Theta = 0$$

Maka didapat

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{mR^2}}$$

Sehingga perioda bandul **torsi** adalah

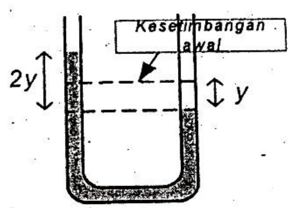
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mR^2}{2k}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{(10\ kg)(0{,}05m)^2}{2\text{x}(1{,}5\ N.m/rad)}}$$

$$= 0{,}05\ s$$

Jadi perioda getaran **adalah** 0,05 s.

7. Ke dalam sebuah pipa-U dimasukkan air raksa sebanyak 300 gram (Gambar 6.13). jika pipa diganggu maka permukaan air raksa bergerak naik turun disekitar posisi semula. Tentukan perioda getaran naik turun air raksa, jika massa 1 cm kolom air raksa adalah 15,0 gram.



Gambar.6.13.

Penyelesaian:

Bila air raksa di sisi kanan turun sejauh y m dari keadaan mula-mula, maka muncul gaya pemulih sebesar berat air raksa dalam kolom setinggi 2y m, yaitu

$$mg = \left[(2y\, m)\frac{15{,}0\, x10^{-3}kg}{10^{-2}m}\right] \times (10\, m/s^2) = 30y\ \mathrm{N}$$

Gaya pemulih ini bekerja pada seluruh air raksa yang massanya M, sehingga hukum kedua Newton menjadi

$$F = -30y = \frac{d^2y}{dt^2}$$

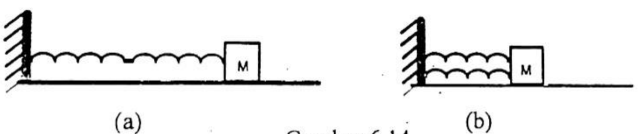
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{30}{M}y = 0$$

Perioda getaran

$$\mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{30}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}3\ kg}{30\ kg/s^2}} = 0{,}2\ \pi\mathrm{s}$$

Jadi perioda getaran adalah 0,2 πs

8. Dua buah pegas identik memiliki konstanta pegas k = 20 N/m dihubungkan dengan sebuah benda bermassa 0,50 kg. Bila gesekan benda dengan lantai diabaikan, maka tentukan frekuensi getaran apabila
   a. Pegas disusun seri
   b. Pegas disusun paralel



Gambar 6.14.

Penyelesaian:

a. Pegas disusun seri

ketika pegas diregangkan, misalkan regangan 1 adalah x_1 dan regangan pegas 2 adalah x_2 maka gaya pemulih total adalah

$$F = -k_1x_1 = -k_2x_1$$

Karena pegas disusun secara seri, maka besar simpangan adalah

$$x = x_1 + x_2$$

$$= -\frac{F}{k_1} - \frac{F}{k_2} = -F\left[\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right]$$

$$F = -\frac{x}{\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)}$$

Berdasarkan hukum kedua Newton

$$-\frac{x}{\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{m\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)}x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\left(\frac{K_1K_2}{K_1 + K_2}\right)}{m}x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K_{eq}}{m}x = 0$$

Dengan $K_{eq} = \frac{K_1K_2}{K_1 + K_2}$

Jadi perioda getarannya adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\left(\frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}\right)}}$$

Jadi perioda getarannya adalah 2πs

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\left(\frac{k}{2}\right)}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}5\ kg}{\left(\frac{1\ N/m}{2}\right)}} = 2\pi s$$

b. pegas disusun secara paralel, maka besarnya simpangan yang terjadi adalah sama. $x_1 = x_2 = x$, sehingga gaya pemulihnya adalah

$$F = -k_1x_1 - k_2x_2$$
$$= -(k_1 + k_2)x$$
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -(k_1 + k_2)x$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k1 + k2}{m}x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K_{rq}}{m}\,x = 0$$

Dengan $k_{rq} = k_1 + k_2$

Periode getaran adalah

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{(k_{rq})}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}5\ kg}{2(1\ N/m)}}$$

$$= \pi s$$

Jadi perioda getaran adalah πs

9. Sebuah partikel dipengaruhi oleh dua getaran sederhana berfrekuensi sama dengan arah simpangan sama. Persamaan kedua getaran masing-masing adalah

$$x_1 = 3\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x_2 = 4\cos(\omega t)$$

Tentukan persamaan getaran resultannya.

Penyelesaian:

Persamaan resultannya adalah

$$x_R = A\sin(\omega t + \phi_R)\,m$$

Dengan, ϕ_R adalah fase getaran resultannya, yang dihitung dari

$$\tan\phi_R = \frac{A_1 \sin\phi_1 + A_2 \sin\phi_2}{A_1 \cos\phi_1 + A_2 \cos\phi_2}$$

$$A_R^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta$$

Dengan $\delta = \phi_1 - \phi_2$, yang merupakan beda fase kedua getaran.

Untuk menyelesaikan persamaan – persamaan ke-2 ditulis dalam bentuk

$$x_2 = 4\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Sehingga beda fase

$$\delta = \phi_1 - \phi_2 = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$$

Dengan demikian

$$A_R^2 = 3^2 + 4^2 + 2\times 3\times 4\cos(-\pi/3)$$

$$= 9 + 16 + 24\frac{1}{2}$$

$$= 37$$

Jadi A = $\sqrt{37}$

Untuk fase getarannya

$$\tan \emptyset = \frac{3\sin\frac{\pi}{6} + 4\sin\frac{\pi}{2}}{3\cos\frac{\pi}{6} + 4\cos\frac{\pi}{2}} = \frac{3\ x\ \frac{1}{2} + 4\ x\ 1}{3\ x\ \frac{1}{2}\sqrt{3} + 0}$$

$$= \frac{\frac{11}{2}}{\frac{3}{2}\sqrt{3}} = \frac{11}{3\sqrt{3}} = \frac{11}{9}\sqrt{3}$$

$\emptyset = \tan^{-1} 6{,}35$

= 81°

= 0,45π

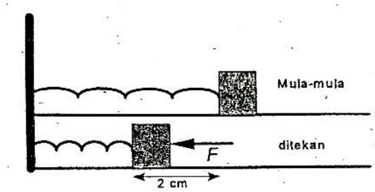
Jadi persamaan getaran resultan adalah

$x_R = \sqrt{37}\sin(\omega t + 0{,}45\ \pi)m$

10. Benda bermassa 3 kg terikat di ujung sebuah pegas (k = 150 N/m) yang ada di atas lantai licin dan ujung lain terikat pada tembok (lihat Gambar 6.15). mula-mula benda ditekan oleh gaya horizontal F hingga pegas memendek sejauh 2 cm, kemudian dilepas.

Tentukan

a. Frekuensi getaran
b. Posisi benda pada t = 0,2 s,
c. Energi kinetik pada t = 0,2 s.



Gambar 6.15

Penyelesaian:

a. Frekuensi getaran

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{150\ N/m}{3\ kg}} = 5\sqrt{2}\ \text{rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5\sqrt{2}\ rad/s}{2\pi\ rad} = 1{,}13\ \text{Hz}$$

Jadi frekuensi getarannya adalah 1,13 Hz

b. Posisi saat $t = 0{,}2\ s$

Persamaan simpangan getaran

$$x = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

karena saat *t* = *0 s*, simpangannya maksimum, maka ϕ_0 = 0, sehingga persamaan simpangan getaran adalah

x(t) = (2 cm) cos(5$\sqrt{2t}$)

x(0,2) = (2 cm)$\left[\cos\left(\left(5\sqrt{2\,rad/s}\right)(0{,}2s)\right)\right]$

= (2 cm) $\left(cos\left(\sqrt{2\,rad}\right)\right)$ = 2(0,16)

= 0,32 cm

Jadi simpangan saat *t* = *0,2 s* adalah 0,32 cm

c. Energi kinetik saat *t* = *0,2 s*

Energi total getaran adalah konstan. Nilai ini dapat ditentukan dari energi potensial saan simpangan maksimum (*x* = *2 cm*), yaitu

$$E = \frac{1}{2}\,k\,(x_{maks})^2 = \frac{1}{2}(75\,N/m)\,(0{,}02\,m)^2$$

$$= 0{,}015\text{ J}$$

Sehingga energi kinetik saat *t* = *0,2 s* dapat ditentukan dari

$$E = EP_{0,2s} + EK_{0,2s} = \frac{1}{2}kx^2 + EK_{0,2s}$$

$$0{,}015\text{ J} = \frac{1}{2}150\text{ N/m}(0{,}0032\text{ m})^2 + EK_{0,2s}$$

0,015 J = 0,0008 J + $EK_{0,2s}$

Jadi $EK_{0,2s}$ = 0,0142 J

1

BAB VII
MEKANIKA BENDA BERUBAH BENTUK

Bab ini membahas soal-soal fisika yang berkaitan dengan teori elastisitas benda padat, fluida diam (hidrostatika), dan fluida bergerak (hidrodinamika).

A. Elastisitas Benda Padat

1. **Tegangan** (*stress*, σ) adalah besaran yang berbanding lurus dengan gaya yang menyebabkan deformasi (perubahan bentuk). Satuan tegangan dalam SI adalah N/m².
2. **Regangan** (*strain*, *ε*) adalah ukuran derajat deformasi akibat tegangan. Regangan adalah besaran fisika tidak berdimensi. Regangan berbanding lurus dengan tegangan dan tetapan kesebandingannya dinamakan **modulus elastisitas.** Jadi

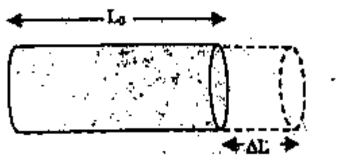
$$\text{Modulus Elastisitas} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad (1)$$

Satuan dari modulus elastisitas dalam SI adalah N/m².

Ada tiga macam modulus elastisitas, yaitu :

1. **Modulus Young (Y),** adalah ukuran ketahanan suatu benda padat terkait perubahan panjangnya. Tegangannya dinamakan tegangan tarik (atau tekan), regangannya dinamakan regangan tarik (atau tekan). Tegangan tarik didefinisikan sebagai besar gaya (*F*) per luas (*A*), sedangkan regangan tarik didefinisikan sebagai rasio perubahan panjang (ΔL) terhadap panjang mula-mula (L_0) – lihat Gambar 7.1.

   Secara matematik dapat dinyatakan dengan



Gambar 7.1.

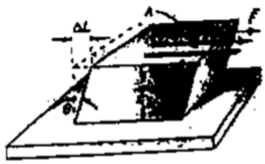
$$\text{Modulus Young} = Y = \frac{F/A}{\Delta L/Lo} \qquad (2)$$

Satuan untuk besaran dalam SI adalah F (dalam N), A (m^2), ΔL (m), dan L_0 (m)

2. **Modulus geser (*shear modulus, S*),** adalah ukuran ketahanan sebuah benda padat terkait gerakan relatif bidang-bidang sejajarnya. Modulus geser didefinisikan (menggunakan gambar 7.2) sebagai

   $$\text{Modulus geser} = s = \frac{F/A}{\Delta L/L} \qquad (3)$$

   Dengan satuan (dalam SI) untuk L adalah meter.



Gambar 7.2.

1

3. **Modulus bulk,** adalah ukuran ketahanan sebuah benda padat atau cair terkait perubahan volumnya. Modulus bulk didefinisikan sebagai

   $$\text{Modulus Bulk} = B = \frac{P}{\Delta V/V} \qquad (4)$$

   Dengan P menyatakan tekanan serbasama (dengan satuan dalam SI (N/m^2), ΔV (m^3) adalah perubahan volum dan V (m^3) adalah volum mula-mula.

B. Hidrostatika

1. Tekanan (P) pada fluida adalah gaya per satuan luas yang dikerjakan oleh fluida pada suatu pemukaan atau secara matematika

   $$P = \frac{F}{A} \qquad (5)$$

   Dalam SI, satuan tekanan adalah N/m^2 (atau pascal, 1 N/m^2 = 1 pascal).

   Secara fisis, sebenarnya ketiga besaran pada Pers.(5) adalah besaran-besaran vektor, namun pada buku ini dibatasi pada satu arah saja sehingga operasi vektor tidak diperlukan. Perlu dicatat pula bahwa pembagian vektor tidak ada. Kasus semacam ini di luar cakupan fisika dasar.

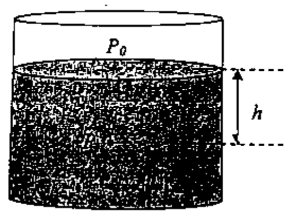
2. Tekanan pada fluida statik berubah terhadap ke dalaman h menurut persamaan

$$P = P_0 + \rho g h \qquad (6)$$

Dengan P_0 adalah tekanan pada h = 0, g adalah percepatan gravitasi (untuk di permukaan bumi, dianggap nilainya konstan 10,0 m/s^2 dalam SI), dan ρ adalah rapat massa fluida yang nilainya dianggap konstan (satuan kg/m^3 dalam SI). Tekanan gauge adalah selisih antara tekanan total dan tekanan atmosfer, atau tekanan $gauge = P - P_0$ (Gambar 7.3)

1

3. Hukum pascal menyatakan bahwa ketika tekanan bekerja pada fluida terisolasi, maka seluruh tekanan diteruskan ke semua titik dalam fluida sampai ke titik-titik pada dinding wadah.



Gambar 7.3.

4. Ketika sebuah benda terendam sebagian atau seluruhnya dalam suatu fluida, benda tersebut mengalami gaya ke atas yang dinamakan *gaya apung (B)* yang dikerjakan fluida padanya. Menurut prinsip Archimedes, besarnya gaya apung sama dengan berat fluida yang dipindahkan oleh benda, atau secara matematika

$$B = \rho g V \qquad (7)$$

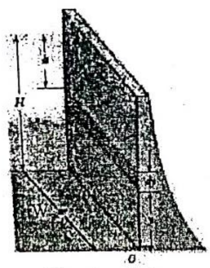
Dengan V adalah volum benda yang tecelup (bersatuan m^3 dalam SI), dan ρ adalah rapat massa fluida. Satuan B dalam SI adalah Newton.

5. Tegangan permukaan γ adalah kerja yang dilakukan gaya tekan pada suatu permukaan untuk menambah permukaan sebesar satu satuan luas. Ekspresi matematika untuk tegangan permukaan tergantung geometri permukaan tersebut. Sebagai contoh, tegangan permukaan tetes air berbentuk setengah bola berjari-jari r adalah

$$\gamma = \frac{(P - P0)r}{4} \qquad (8)$$

Dengan $P - P_0$ adalah selisih tekanan dua permukaan bagian dalam dan bagian luar. Satuan dari γ dalam SI adalah N.m .

6. Sebuah bendungan memiliki lebar W dan tinggi air H. Suatu elemen ketinggian dy terletak pada kedalaman h dari



Gambar 7.4.

permukaan dan ketinggian y dari dasar bendungan (lihat gambar 7.4)

Besar resultan gaya horizontal pada bendungan adalah (dengan ρ adalah rapat massa air)

$$F = \frac{1}{2}\rho g W H^2 \qquad (9)$$

Yang dihitung menggunakan elemen gaya pada elemen luasan setinggi dy

$$Df = \rho g W(H - y)dy \qquad (10)$$

yang diintegralkan dari 0 sampai dengan H.

Besar torsi yang bekerja pada dasar bendungan adalah

$$\tau = \frac{1}{6}\rho g W H^3 \qquad (11)$$

yang dihitung menggunakan elemen gaya pada elemen luasan setinggi dy

$d\tau = \rho g W(H - y)y\, dy$ (12)

yang di integralkan dari 0 sampai dengan *H*. Satuan torsi dalam SI adalah N.m.

C. Hidrodinamika

1. Ada dua konsep penting berkenaan dengan aliran fluida ideal melalui sebuah pipa berukuran tak seragam atau berketinggian berbeda, yaitu
   a. Laju aliran (atau debit, ϱ, dalam SI bersatuan m³/s) melalui pipa selalu tetap. Pernyataan ini berarti perkalian antara luas penampang pipa A dan kelajuan aliran fluida v pada sembarang titik adalah tetap, atau diekspresikan dalam *persamaan kontinuitas untuk fluida*, yaitu

   $$Q = Av = \text{tetap} \quad (13)$$

   b. Jumlahan tekanan, energi kinetik per satuan volum dan energi potensial gravitasi per satuan volum memiliki nilai yang sama di semua titik sepanjang garis alir *(streamline).* Pernyataan ini dinamakan *Persamaan Bernoulli* yang berbentuk

   $$\mathrm{P} - \frac{1}{2}\rho v^2 - \rho g y = \text{tetap} \quad (14)$$

   Persamaan ini sekaligus menjelaskan hukum kekekalan energi mekanik pada fluida.

   Fluida ideal bersifat *nonviscous* (tak-kental sehingga tidak menimbulkan gesekan), *incompressible* (rapat masanya seragam), gerakannya tunak (*steady*) dan tanpa turbulensi

2. **Hukum Poiseuille menyatakan bahwa laju aliran fluida kental pada sebuah pipa berjari-jari *R* dan panjang *L* dinyatakan dengan**

   $$\text{Laju aliran} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\eta L} \quad (15)$$

   Dengan $(P_1 - P_2)$ adalah beda tekanan kedua ujung pipa dan η disebut koefisien kekentalan fluida.

   Pada aliran fluida kental dikenal besaran *bilangan Reynold* (N_R) yang digunakan untuk menyatakan apakah aliran fluida laminar atau turbulen.

$$N_R = \frac{\rho v R}{2\eta} \qquad (16)$$

Secara praktis untuk aliran fluida untuk geometri media alir tertentu, bila $0 \leq N_R \leq 2000$ berarti aliran bersifat laminar dan $N_R \geq 3000$ berarti aliran bersifat turbulen, sedangkan bila $2000 \leq N_R \leq 3000$ aliran bersifat transisi laminer-turbulen.

D. Contoh Soal

1. Seutas kawat baja (modulus Young sebesar $20{,}0\times10^{10}$ N/m²) dengan luas penampang 3,00 cm² dan panjang 5,00 m memiliki massa 2,40 kg per satuan panjang. Jika kawat digantung secara vertikal di ujungnya, berapa penambahan panjang kawat tersebut akibat beratnya sendiri?

   Penyelesaian:

   Menurut Pers.(2),

   $$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_0}$$

   Dipecahkan ke perubahan panjang ΔL diperoleh

   $$\Delta L = \frac{\mathrm{F\ L_0}}{Y\ A} = \frac{\mathrm{(mg)L_0}}{Y\ A}$$
   $$= \frac{(2{,}40\ \mathrm{kg})(10{,}0\ \ \mathrm{m/s^3})(5{,}00\ \mathrm{m})}{(20\mathrm{x}10^{10}\ \ \mathrm{N/m^2})[3\mathrm{x}\ (10^{-2}\ \mathrm{m})^2} = 8{,}00\ \mathrm{x}\ 10^{-8}\mathrm{m}$$

   Jadi, dengan hanya menggantung pada salah satu ujungnya saja, kawat telah mengalami pemuluran sebesar $8{,}00 \times 10^{-8}$ m

2. Seorang pemain sirkus menunjukkan kebolehannya dalam berayun menggunakan seutas kawat baja. Ketika ia berayun dan berada di posisi terendah gaya tegang kawat adalah 940 N. Bila panjang kawat adalah 10 m, berapa diameternya agar kawat memanjang tidak lebih dari 0,5 cm saat pemain sirkus berayun di posisi terendah tersebut?

   Penyelesaian:

   Menurut definisi modulus Young [Pers.(2)], yang harus ditentukan dulu adalah luas penampang. Diasumsikan bahwa penampang berbentuk lingkaran, sehingga diameter kawat dapat ditentukan. Menurut Pers.(2),

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_0}$$

Dipecahkan ke luas penampang dan menggunakan data modulus Young pada contoh soal nomor 1,

$$A = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{F\,L_0}{Y\,\Delta L} = \frac{(940\text{ N})(10\text{m})}{(20\text{x}10^{10}\ \text{N/m}^2)(\ 0{,}005\text{ m})}$$

$$= 9{,}4 \times 10^{-6}\text{m}^2$$

Untuk lingkaran $A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$ dengan r adalah jari-jari dan d adalah diameter lingkaran, sehingga

$$\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 9{,}4 \text{ x } 10^{-6}\text{ m}^2$$

atau,

$$d = 2\sqrt{\frac{9{,}4\ x\ 10^{-6}\ m^2}{\pi}} = 3{,}4 \times 10^{-3}\text{ m} = 3{,}4\text{ mm}$$

Dengan demikian, diameter kawat agar penambahan panjang tidak lebih dari 0,5 cm ketika pemain sirkus itu berayun di bawah adalah 3.4 mm. Agar keselamatan lebih terjamin, kawat dapat dibuat dalam bentuk serabut dengan luas penampang total lebih dari perhitungan di atas. (Jelaskan mengapa?)

3. Sebuah bola logam bervolum 0,50 m² mula-mula diletakkan di udara yang mengerjakan tekanan 1,0 atm terhadap logam itu. Bola tersebut dibenamkan ke dalam air hingga kedalaman tertentu yang tekanannya adalah $2{,}0 \times 10^7\ \text{N}/m^2$ Berapa persen perubahan volum yang dialami bola ketika dibenamkan dalam air tersebut?

Penyelesaian:

menurut pers.(4)

$$\text{Modulus } bulk = B = \frac{P}{\Delta V/V}$$

Bila dipecahkan ke ΔV. maka diperoleh

$$\Delta\text{V} = \frac{\text{V P}}{\text{B}} = \frac{(0{,}50\text{ m}^3)(2{,}0\text{ x }10^7\text{ N/m}^2\ - 1{,}0\text{ x }10^5\text{ N/m}^2)}{6{,}1\text{ x }10^{10}\text{ N/m}^2}$$

$$\approx 1{,}6 \times 10^{-4}\text{ m}^3$$

karena tekanan 1 atm = $1{,}0 \times 10^7$ N/m^2

Perubahan volum relatif yang dialami bola adalah $\frac{1{,}6 \ x \ 10^{-4} \ m^3}{0{,}5 \ m^3} = 3{,}2 \times 10^{-4} \approx 0{,}03\%$

4. a. Hitunglah tekanan hidrostatik dan tekanan total yang dialami sebuah benda yang dibenamkan pada kedalaman 15 m dari permukaan air.
   b. Berapa tekanan gauge yang dialami benda pada soal di a.

Penyelesaian :

a. Tekanan Hidrostatik = pgh = ($1{,}0 \times 10^3$ kg/m^3) (10 m/s^2) (15 m) =$1{,}5 \times 10^5$ N/m^2

   Sedangkan tekanan total $P = P_0 + \rho gh$

   = $1{,}0 \times 10^5$ N/m^2 + $1{,}5 \times 10^5$ N/m^2

   = $2{,}5 \times 10^5$ N/m^2

   Jadi tekanan total di kedalaman air 15 m sama dengan $2{,}5 \times 10^5$ N/m^2 atau kira-kira 2,5 × tekanan atmosfer.

b. Tekanan gauge = $P - P_0$ = $1{,}5 \times 10^5$ N/m^2

5. Sebuah benda berbentuk persegiempat dengan tinggi 3 cm, dengan 2 cm bagian tingginya tersebut terendam dalam air dan baik permukaan atas maupun bawah sejajar dengan permukaan air. Jika tekanan di permukaan air adalah 1 atm, berapakah selisih tekanan antara permukaan atas dan bawahnya?

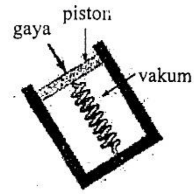
Penyelesaian :

$\Delta P = P_3 - P_2 = \rho g(h_3 - h_2)$

= ($1{,}0 \times 10^3$ kg/m^2) (10 m/s^2) [(3,0-2,0) cm]

= $1{,}0 \times 10^2$ N/m^2

6. Sebuah alat pengukur tekanan (pressure gauge) terdiri atas tabung piston vakum dan pegas seperti gambar 7.5. Tetapan pegas adalah 1,0 kN/m dan diameter piston adalah 2,0 cm. Kedalaman air berapakah yang menyebabkan pegas tertekan sejauh 0,50 cm?



Gambar 7.5.

Penyelesaian :

Alat ini memanfaatkan gaya hidrostatika F_h (akibat tekanan hisrostatik) yang dikaitkan dengan gaya pegas F_p. Dengan kata lain, secara matematika

$$F_p = F_h$$
$$F_p = (P_h \times \text{luas})$$
$$kx = \rho g h A$$

Dipecahkan ke kedalaman h diperoleh

$$h = \frac{kx}{\rho g A}$$
$$= \frac{(1000\, N/m)(0{,}0050\, m)}{(10^3\, kg/m^3)(10{,}0\ m/s^2)[\pi(0{,}010\text{m})^2]} \approx 1{,}6 \text{ m}$$

Jadi dengan mengetahui bahwa pegas tertekan sejauh 0,50 cm maka alat ukur sedang berada pada kedalaman 1,6 m

7. Ketika sebuah bola plastik diletakkan di permukaan air, teramati bahwa bola mengapung dengan 50% volumnya terendam. Jika fluida yang digunakan adalah minyak, 40% volum bola itu terendam. Berapa densitas (rapat massa) minyak dan plastik.

Penyelesaian :

Bola plastik mengalami dua buah gaya, yaitu :

- gaya berat w=mg = ρ_{plastik} g V_{bola}
- gaya apung B = ρ_{fluida} g V_{terendam}

ketika mengapung, bola tidak dipercepat, sehingga resultan gaya vertikalnya sama dengan nol. Dengan kata lain, kedua gaya itu sama, atau

$$\rho_{\text{plastik}}\ g\ V_{\text{bola}} = \rho_{\text{fluida}}\ g\ V_{\text{terendam}}$$

ρ_{plastik} g $V_{\text{bola}} = \rho_{\text{fluida}}$ g (0,5 V_{bola})

ρ_{plastik} = 0,5 ρ_{fluida} =0,5 ×1000 kg/m³

ρ_{plastik} = 500 kg/m³

Jadi, rapat massa plastik adalah 500 kg/m³

Ketika diletakkan dipermukaan minyak, kedua gaya juga bekerja pada bola, namun hanya 40% volum yang terendam, jadi,

ρ_{plastik} g $V_{\text{bola}} = \rho_{\text{fluida}}$ g V_{terendam}

ρ_{plastik} g $V_{\text{bola}} = \rho_{\text{fluida}}$ g (0,4 V_{bola})

Selanjutnya, dengan memanfaatkan perhitungan rapat massa plastik di atas

ρ_{plastik} =0,4 ρ_{minyak} 500 kg/m³

ρ_{minyak} = 1250 kg/m³

Jadi rapat massa minyak adalah 1250 kg/m³

8. Sebuah balon udara dengan beban 400 kg hendak diposisikan pada ketinggian 8000 m dari atas permukaan air laut dengan mengisikan helium padanya. Rapat udara turun menurut ketinggian z mengikuti persamaan $\rho = \rho_0 e^{\frac{1}{1000}}$ dengan z dalam meter pada ρ_0 adalah rapat udara dipermukaan air laut yang bernilai 1,25 kg/m³. Berapa banyak helium yang diperlukan untuk itu? Diketahui ρ_{He} = 0,180 kg/m³.

Penyelesaian :

Diasumsikan dahulu bahwa balon dapat mencapai ketinggian 8000 m sehingga balon + beban berada dalam keadaan setimbang pada ketinggian itu. Berat beban adalah

$w = mg$ = (400 kg)(10,0 m/s²) = 4000 N

Sedangkan berat helium dalam balon adalah

$w_{\text{He}} = m_{\text{He}} g = \rho_{\text{He}} V_{\text{He}} g$

jadi berat balon + udara adalah

$W = w + w_{\text{He}}$ = 4000 N + $\rho_{He} V_{He}$g

Sementara itu, pada ketinggian 8000 m, rapat udara bernilai

$\rho = \rho_0 e^{\frac{8000}{8000}}$ = (1,25 kg/m³)e^{-1} = 0,460 kg/m³

Sehingga gaya apung oleh helium pada ketinggian tersebut adalah

$B = \rho_{\text{udara}} V_{\text{He}} g$

Kesetimbangan pada ketinggian 8000 m tersebut disebabkan oleh gaya berat yang diimbangi oleh gaya apung, atau

$W = B$

$4000\ N + \rho_{He} V_{He} g = \rho_{udara} V_{He} g$

Memecahkan ke volum helium V_{He}

$$V_{He} = \frac{4000\ N}{g(\rho_{udara-}\ \rho_{He})} = \frac{400\ kg}{(0{,}460\ kg/m^3 - 0{,}180\ kg/m^3)}$$

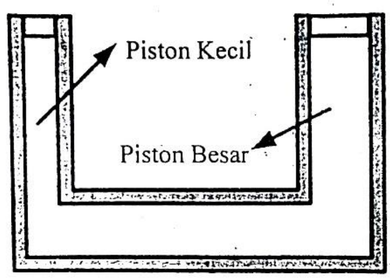
$= 1428\ m^3$

[Penulisan dengan 3 angka penting: $V_{He} \approx 1.43 \times 10^3\ m^3$]

9. Pada pengangkat mobil hidrolik (Gambar 7.6), gaya oleh udara terkompresi bekerja pada sebuah piston kecil yang luas penampang sirkularnya memiliki jari-jari 5,00 cm. tekanan tersebut ditransmisikan menggunakan fluida minyak menuju piston lain yang berjari-jari 15,0 cm. berapa gaya yang harus dihasilkan oleh udara terkompresi agar pengang katitu dapat manaikkan mobil bermassa 1,33 ton? Berapa tekanan udara yang diperlukan untuk menghasilkan gaya itu?

   Penyelesaian :

   Karena gaya oleh udara terkompresi ditransmisikan seluruhnya ke fluida (menurut hukum pascal), maka



Gambar 7.6.

$$F_k = \left(\frac{A_k}{A_b}\right) F_b$$

Dengan indeks k dan b berturut-turut menyatakan *piston kecil* dan *piston besar*. Jadi,

$$F_k = \frac{\pi(5{,}00 \ x \ 10^{-2} \ m)^2}{\pi(15{,}0 \ x \ 10^{-2} \ m)^2}(13{,}300 \text{ N})$$

Dengan percepatan gravitasi g = 10,0 m/s² ,atau

$$F_k = 1{,}48 \times 10^3 \text{ N}$$

Sedangkan tekanan udara yang dihasilkan gaya ini adalah

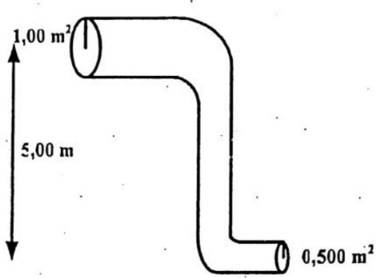
$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1{,}48 \ \times \ 10^3 \ N}{\pi(5{,}00 \ \times \ 10^{-2} \ m)^2} = 1{,}88 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Atau hampir dua kali tekanan atmosfer.

10. Sebuah pipa fleksibel (missal selang/hose) memiliki luas penampang pada satu ujungnya 1,00 m². ujung yang lain 5,00 m di bawah ujung pertama, menyempit dengan luas 0,500 m² dan dipasangi katup (Gambar 7.7). tekanan pada ujung pertama adalah 1 atm. Ketika katup di buka sepenuhnya, air mengalir dengan bebas. Berapa kecepatan air meninggalkan pipa?

Penyelesaian :

Persoalan ini dapat diselesaikan dengan memanfaatkan



Gambar 7.7.

kedua persamaan dasar hidrodinamika, yaitu persamaan Bernoulli dan persamaan kontinuitas.

Persamaan Bernoulli menyatakan bahwa

$$P_a + \rho g y_a + \frac{1}{2}\rho v^2{}_a = P_b + \rho g y_b + \frac{1}{2} + \rho v^2{}_b \qquad (1)$$

Dengan indeks a menunjukkan pipa bagian atas dan b bagian bawah.

Persamaan kontinuitas yang dipecahkan ke v_a :

$$A_a v_a = A_b v_b$$

$$v_a = \left(\frac{A_b}{A_a}\right) v_b \qquad (2)$$

Dengan mensubstitusikan Pers. (2) ke Pers. (1), serta tekanan $P_a = P_b = P_0$, diperoleh

$$P_0 + \rho g y_a + \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{A_b}{A_a}\right) v_b\right]^2 = P_0 + \rho g y_b + \frac{1}{2}\rho {v^2}_b,$$

atau

$$v_b = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1-[{}^{A_b}/_{A_a}]^2}}, \text{ dengan h} = y_a - y_b$$

Sehingga,

$$v_b = \frac{\sqrt{2(10\ m/s^2)(5m)}}{\sqrt{1-\left({}^{0{,}500 m^2}/_{1{,}00\ m^2}\right)^2}} = 11{,}4 \text{ m/s}$$

Jadi air mengalir dengan kecepatan 11,4 m/s di ujung bawah pipa.

11. Sebuah pesawat terbang yang memiliki dua buah sayap dengan luas masing-masing 4,00 m² di desain agar udara mengalir di atas sayap dengan kecepatan 245 m/s dan di bawah sayap dengan kecepatan 222 m/s. tentukan massa pesawat yang di angkat (sehingga pesawat melayang) bila diasumsikan gayaakibat perbedaan tekanan di kedua sayap memiliki arah lurus keatas. Diketahui rapat massa udara adalah 1,29 kg/m³.

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan masalah ini dapat digunakan persamaan Bernoulli pada udara yang mengalir di atas sayap dan di bawah sayap pesawat. Dalam persoalan ini (tekanan) energi potensial gravitasi sangat kecil dibandingkan suku-suku yang lain sehingga dapat diabaikan, atau

$$P_a + \frac{1}{2}\rho {v^2}_a = P_b + \frac{1}{2}\rho {v^2}_b$$

Dengan indeks a menunjukkan atas sayap dan b bawah sayap.

Perbedaan tekanan antara kedua bagian itu adalah

$$\Delta P = (P_a - P_b) = \frac{1}{2}\rho({v^2}_a - {v^2}_b)$$

$= \frac{1}{2}(1{,}29\ \text{kg/m}^3)[(245\ \text{m/s})^2 - (222\ \text{m/s})^2]$

$= 6{,}93 \times 10^3$ Pa

Dengan memanfaatkan hukum kedua Newton, agar pesawat dapat melayang, gaya angkat dan gaya berat pesawat harus sama. Karena ada dua sayap, maka

$$2A\Delta P - \text{mg} = 0$$

Sehingga

$$m = \frac{2\text{A}\Delta P}{g} = \frac{2(4{,}00m^2)(6{,}93x10^3Pa}{(10{,}0\ m/s^2)}$$

$$\approx 5{,}54 \times 10^3\ \text{kg}$$

Pesawat dapat mengangkat pesawat seberat hampir 55 kN

12. Seorang pasien mendapat transfuse darah melalui sebuah jarum suntik yang radiusnya 0,20 mm dan panjangnya 2,0 cm. rapat massad arah adalah 1050 kg/m³. botol transfuse terletak 0,50 di atas lengan pasien. Tentukan laju aliran darah melalu jarum tersebut. η_{darah}= 2,7 x 10^{-3} Ns/m².

    Penyelesaian :

    Pada peristiwa ini darah ditransfusikan dengan aliran yang diatur berdasar beda tekanan pada darah akibat ketinggian. Karena darah dipandang sebagai fluida kental, maka soal ini dapat diselesaikan dengan hukum poiseuille yang dinyatakan dengan

    $$\text{Laju aliran} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi R^4(P1-P2)}{8\eta L}$$

    Yang pertama perlu ditentukan adalah beda tekanan antara dua titik pada daerah aliran, yaitu

    $(P_1 - P_2) = \rho gh = (1050\ \text{kg/m}^3)(10{,}0\ \text{m/s}^2)(0{,}50\ \text{m})$

    $= 5{,}25 \times 10^3$ Pa

    Sehingga,

    $$\text{Laju aliran} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi R^4(P1-P2)}{8\eta L}$$

    $$= \frac{\pi(2{,}0\ x\ 10^{-4}\ m)(5{,}25\ x\ 10^3\ Pa}{8\left(2{,}7\ x\ 10^{-3}\frac{Ns}{m^2}\right)(2{,}0\ x\ 10^{-2}m)}$$

    $$= 7{,}63 \times 10^{-8}\ \text{m}^3/\text{s}$$

1 Aliran transfusi darah pada pasien tersebut setara dengan 0,076 cc/s.

13. Seorang tukang kebun menggunakan selang air berdiameter 2,50 cm untuk mengisi ember berkapasitas 30,0 liter dan memerlukan waktu 1,00 menit untuk memenuhinya dengan air . Selanjutnya , sebuah nosel dengan bukaan seluas 0,500 cm^2 dipasang pada selang tersebut . Tukang kebun itu memegang nosel pada ketinggian 1,00 m dari tanah dan mengarahkannya secara horizontal . Seberapa jauh jarak horizontal yang dicapai air yang disemburkan selang ?

Penyelesaian :

Misal bagian pada selang disimbolkan dengan indeks s, sedangkan bagian nosel disimbolkan dengan indeks n .

Yang pertama harus ditentukan adalah kecepatan air dalam selang yang dihitung dari laju pengisian ember (yang biasa disebut debit) melalui $A_s V_s$. Nilai luas penampang selang A_s yang dihitung dengan $A_s = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$

$$= \pi \left(\frac{2{,}5\ cm}{2}\right)^2 = 4{,}91\ cm^2$$

Laju aliran air dalam selang diketahui 30 l/menit dan sama dengan $A_s v_s$. Dengan kata lain,

$A_s v_s = 30\ l/\text{menit}$

$$[4{,}91\ \text{cm}^2]v_s = \frac{30\ dm^3 \left[\frac{1\ \text{cm}}{0{,}1\ \text{dm}}\right]^3}{60\ \text{s}} = \frac{30 \times \frac{1 cm^3}{10^{-3}}}{60\ \text{s}} = 500\ \text{cm}^3/\text{s}$$

$$v_s = \frac{500}{4{,}91\ \text{cm}^2} \text{cm}^3/\text{s} = 102\ \text{cm/s} = 1{,}02\ \text{m/s}$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan kontinuitas untuk selang dan nosel $A_s\ v_s$, = $A_n\ v_n$, kemudian memecahkannya ke v_n diperoleh

$$v_n = \frac{A_s}{A_n} v_s = \left[\frac{4{,}91 cm^2}{0{,}500 cm^2}\right] \times 1{,}02\ \text{m/s} = 10{,}0\ \text{m/s}$$

Selanjutnya, gerak pancuran air dipandang sebagai gerak parabola dengan kecepatan awal horisontal = v v_n. Jarak jatuhnya air dari nosel ke tanah dapat dihitung dari

$$d = x - x_0 = v_s\, t = v_n\, t$$

dengan waktu jatuh air t dihitung menggunakan rumusan kinematika arah vertikal

$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$, dengan y = -1,00 m ; tanda '-' menandakan posisi di bawah . Sehingga diperoleh

$-1{,}00 \text{ m} = 0 + 0_t - \frac{1}{2}(10{,}0 \text{ m/s}^2)t^2$

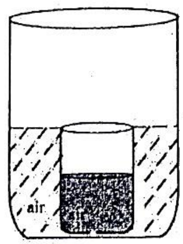
$t = \sqrt{0{,}2\ s}$

dari sini dapat dihitung

$d = v_n t = (10{,}0 \text{ m/s})(\sqrt{0{,}2\ s}) \approx 4{,}47 \text{ m}$

1 jadi air terpancar sejauh kurang lebih 4,47 m pada arah horizontal dari nosel.

14. Seorang praktikan meletakkan sebuah gelas beaker yang dapat diisi dengan air di dalam sebuah wadah yang lebih besar (Gambar 7.8). Massa gelas adalah 390 gram dan volum dalamnya (interior volum) adalah 500 cm^3. Kemudian ia menuangkan air ke wadah besar sambil memperhatikan peristiwa ketika gelas juga diisi dengan air. Ia mengamati bahwa jika terisi air kurang dari separuh volumnya , gelas beaker melayang. Jika terisi lebih dari separuhnya, gelas akan tetap di bagian bawah wadah sampai permukaan air menyentuh bibir gelas. Berapakah rapat jenis bahan pembuat gelas beaker itu ?



Gambar 7.8.

Penyelesaian :

Misalkan simbol untuk gelas beaker adalah b . Volum dinding dan alas gelas beaker adalah $V_b = \frac{m_b}{\rho_b}$, Sekarang pandang kasus ketika gelas beaker terisi sedikit lebih banyak daripada setengah volumnya (untuk memudahkan matematika persoalan, dalam hal ini dapat isi beaker sama dengan tepat setengah volumnya), sehingga gelas beaker tetap berada di bawah wadah - sampai air di wadah menyentuh bibir gelas . Pada saat itu, gaya apung yang bekerja pada gelas beaker adalah F_{apung} (V_b + V) P_{air} g dengan V adalah volum dalam (interior) beaker .

Sementara itu berat air yang dipindahkan adalah jumlah antara berat gelas beaker dan berat air di dalamnya (yang hanya separuh volum interior) atau

$$W_{pindah} = m_b g + \rho_{\text{air}} g \left(\frac{1}{2}\right)$$

Dengan prinsip Archimedes $F_{apung} = W_{pindah.}$ Dengan $V_b = \frac{m_b}{\rho_b}$.

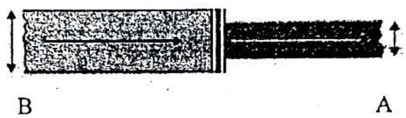
Dan hukum Archimedes dipecahkan ke ρ_b, diperoleh

$$\rho_b = \frac{2m_b\rho_{air}}{2m_b - \rho_{air}V} = \frac{2(390g)(1{,}00\,g/cm^3)}{2(390g) - (1{,}00\,g/cm^3)(500cm^3)}$$

=2,79g/cm³

Jadi , rapat massa beaker adalah 2,79 g/cm³– tipikal rapat massa bahan gelas silika.

15. Suatu cairan dengan rapat massa 900 kg/m³ mengalir pada pipa horisontal yang memiliki luas penampang 1,9 × 10⁻² m² di daerah A dan luas penampang 9,5 × 10⁻² m² di daerah B (Gambar 7.9). Beda tekanan antara dua daerah itu adalah 7,20 × 10³ Pa. Berapakah



Gambar 7.9.

a. laju aliran volum cairan itu?
b. laju aliran massa cairan itu?

Penyelesaian :

a. Karena pipa horizontal, y_A - y_B dengan menerapkan asas Bernoulli diperoleh

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v^2{}_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v^2{}_B \qquad (1)$$

Dari persamaan kontinuitas

$$A_A v_A = A_B v_B$$

$$v_A = \frac{A_B}{A_A} v_B \qquad (2)$$

Substitusi pers. (2) ke pers. (1) dan memecahkan ke v_B memberikan

$$Q_v = A_A\sqrt{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho(A^2{}_A - A^2{}_B)}} \qquad (3)$$

Luas penampang A lebih kecil dari pada luas penampang B, sehingga tekanan di A lebih kecil dari pada tekanan di B, atau selisih tekanan

$(P_A - P_B)$ = 7,20 x 10^3 Pa

Sehingga laju aliran adalah

$$Q_V = (9{,}50 \times 10^{-2} \mathrm{m}^2)(1{,}90 \times 10^{-2} \mathrm{m}^2)\sqrt{\frac{2(7{,}20x\ 10^3\ Pa)}{\rho[(9{,}50x10^{-2}m^2)^2 - (1{,}90x\ 10^{-2}m^2)]}}$$

= 0,0776m³/s

b. Laju aliran massa dapat dihitung dengan

$Q_M = \rho Qv$ = (900kg/m³)(0,0776m³/s) = 69,8kg/s

4

BAB VIII
PERPINDAHAN PANAS

Laju perpindahan panas dalam semua persoalan yang diberikan di bab ini adalah untuk kondisi keadaan *steady*, yang berarti laju perpindahan panas melewati seluruh bagian benda telah sama. Akibatnya tidak ada turbulensi aliran panas

A. Laju panas

$$H = \frac{dQ}{dt}$$

Dengan H : laju panas, yaitu energi panas yang mengalir lewat suatu permukaan tiap satuan waktu, dalam joule/s= W

dQ: energi panas yang dipindahkan selama waktu dt, dalam joule

Perpindahan panas konduksi melewati lempeng tipis setebal dx

$$H = -kA\frac{dT}{dx}$$

Dengan k: konduktivitas termal, dalam W/m.K

A: luas permukaan lempeng yang dilewati panas, dalam m^2

dT: beda temperatur antara kedua permukaan lempeng, dalam K atau °C

dx: tebal lempeng, dalam m

Catatan: konduktivitas termal k dapat memiliki satuan W/m.K atau W/m.°C,tanpa ada konversi nilai. Artinya W/m.K=1 W/m.°C.

Perpindahan panas konduksi melewati bahan Bepermukaan datar dengan ketebalan L

$$H = \frac{KA(T_1 - T_2)}{L}$$

Dengan

T_1: temperatur permukaan pertama , dalam K atau°C

T_2: temperatur permukaankedua , dalam K Atau°C, $(T_1 > T_2)$

L: tebal bahan, dalam m

Perpindahan panas konduksi melewati beberapa lapisan Permukaan datar

$$H = \frac{A(T_1 - T_2)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{L_1}{K_1}}$$

Dengan

T_1: temperatur permukaan paling kiri/paling Kanan, dalam K atau°C

T_2: temperatur permukaan palin kanan atau paling kiri, dalam K atau °C, $(T_1 > T_2)$

L_1: tabel lapisan ke – i, dalam m

k_1: konduktivitas termal lapisan ke − i dalam W/m.K

Perpindahan panas Konduksi melewati permukaan silinder

$$H = \frac{2\pi kL(T_1 - T_2)}{\text{In}\,\frac{r_2}{r_1}}$$

Dengan

L: panjang silinder, dalam m

T_1: temperatur permukaan silinder dalam atau Luar, dalam K atau°C

T_2: Temperature permukaan silinder luar atau dalam K atau °C,$(T_1 > T_2)$

r_1: jari-jari permukaan silinder dalam m

r_2: jari-jari permukaan silinder dalam m

Perpindahan Panas Konduksi melewati permukaan bola

$$H = \frac{4\pi kL.(T_1 - T_2)}{(r_2 - r_1)/\, r_1 r_2}$$

Dengan

T_1: temperatur permukaan bola, dalam K atau °C

T_2: temperatur permukaan bola, dalam K atau °C, $(T_1 > T_2)$

r_2: jari − jari permukaan bola luar, dalam m

r_3: jari − jari permukaan bola dalam, dalam m

Perpindahan Panas Konveksi

$$H = hA\Delta T$$

Dengan

h: koedisien konveksi, dalam $\frac{W}{m^2}.K$

A: luas permukaan, dalam m^2

ΔT: beda temperature antara permukaan dan fluida dalam K atau °C

Perpindahan Panas Radiasi dari suatu permukaan

$H' = e\sigma T^4$

Dengan

H': laju radiasi persatuan luas, dalam $\frac{W}{m^2}$

e: eminisitivitas permukaan($0 < e < 1$)

σ: konstanta Stefan Boltzmann,

$= 5{,}6699 \times 10^{-8}\ W/m^2.K^4$

T: temperatur permukaan, dalam K

Radiasi Panas neto antara dua permukaan

$H' = e\sigma(T_1^4 - T_2^4)$

Dengan

T_1: temperatur permukaan pertama, dalam K

T_2: temperatur permukaan kedua, dalam K($T_1 > T_2$)

B. Contoh soal

1. Konduktivitas termal kuningan adalah 0,9 kal/s.cm.K, sedangkan konduktivitas tembaga adalah 0,7 kal/s.cm.K. jelaskan bahan yang manakah yang merupakan konduktor panas yang lebih baik?

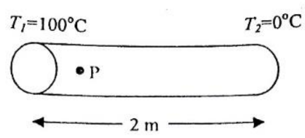
   Penyelesaian:

   $k_{kuningan}$ = 0,9 kal/s.cm.K, berarti bahwa panas yang mengalir melewati batang kuningan setebal 1 cm yang beda temperatur antara ujung-ujungnya 1 K adalah 0,9 Kal tiap detiknya. Pada tembaga yang mempunyai k=0,7 kal/s.cm.K, hanya ada 0,7 Kal yang dilewatkan tiap detiknya. Jadi kuningan merupakan konduktor yang lebih baik.

2. Sebatang tembaga (k = 400 W/m° C) yang permukaannya diisolasi, panjangnya 2 mdan mempunyai penampang lingkaran berjari-jari 1 cm. Salah satu ujungnya dipertahankan pada 100 °C sedangkan ujung lainnya dipertahankan pada 0 °C(Gambar 8.1). Carilah:
   a. laju panas dalam batang tembaga itu, dan
   b. temperatur batang 25 cm dari ujung yang lebih panas”!

Penyelesaian :

a. Karena batang diisolasi permukaannya, maka pantas mengalir dari ujung kiri keujung kanan, yaitu dari sang yang temperaturnya lebih tinggi ke ujung dengan temperatur lebih rendah. Dalam hal ini laju panas dihitung dengan menggunakan persamaan.



Gambar 8.1.

$$H = \frac{KA(T_1 - T_2)}{L} \qquad (1)$$

Dengan

T_1: temperatur ujung kiri = $100°C$ dan

T_2: temperatur ujung kanan = $0°C$

Dengan demikian laju panas dalam batang tembaga adalah

$$H = \frac{(400 \text{ W/m °C}) \ \pi \ (0,01 \text{ m})^2 (100° \text{C} - 0° \text{C})}{2 \text{ m}} = 6,28 \ W$$

b. Misalkan P adalah titik yang berada 25 cm dari ujung kiri batang (ujung yang lebih tinggi temperaturnya). Laju panas 6,28 W menunjukkan bahwa panas yang mengalir melewati setiap titik pada batang tembaga itu, termasuk titik P adalah 6,28 J setiap detiknya. Dengan menggunakan persamaan $H = \frac{KA(T_1 - T_2)}{L}$ maka dapat ditulis,

$H = \frac{KA(T_1 - T_p)}{L_{1p}}$, Sehingga

$$6,28 \text{ W} = \frac{(400 \text{ W/m °C}) \ \pi \ (0,01 \text{ m})^2 \ (100° \text{C} - 0° \text{C})}{0,25 \ m}$$

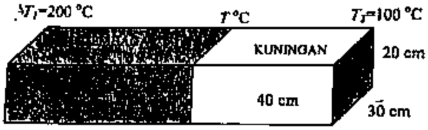
$$= 0,503 \text{ W/° C}(100° \text{ C} - T_P)$$

Jadi temperatur di titik P adalah,

$$T_p = 100° \text{ C} - \frac{6,28 \ W}{0,503 \ W/° \text{C}} = 100° \text{ C} - 12,49° \text{ C}$$

$$= 87,50° \text{ C}$$

tadi



Gambar 8.2.

Jawaban diperoleh dengan memperhatikan aliran panas dari ujung kiri batang ke titik P. Jawaban yang sama juga dapat diperoleh dengan memperhatikan aliran panas dari titik p ke ujung kanan batang, sehingga pers.(1) menjadi,

$$H = \frac{KA(T_1 - T_2)}{L_{2p}}$$

Atau

$$6{,}28 \text{ W} = \frac{(400 \text{ W/m °C})\, \pi\, (0{,}01 \text{ m})^2\, (T_p - 0° \text{ C})}{1{,}75\ m}$$

$$= (0{,}072 \text{ W/°C})\ T_p$$

Dengan demikian,

$$T_p = \frac{6{,}28\ W}{0{,}503\ W/° \text{ C}} = 87{,}46° \text{ C}$$

Jadi didapat hasil yang sama (perbedaan yang tampak terjadi karena masalah pembulatan dalam perhitungan). perhatikan bahwa ketika aliran panas dihitung untuk bagian P ke ujung kanan,panjang L harus diisi 1,75 M dan tidak lagi 0,25 m.

3. Sebuah batang tembaga (k = 400 w/m K) panjangnya 60 cm disambung dengan batang Kuningan (k = 200 w/m° C) yang panjangnya 40 cm (gambar 8.2) ukuran penampung kedua batang itu sama yaitu 20 cm×30 cm. Hitunglah:
   a. Temperatur bidang batas antara tembaga dan kuningan bila ujung kiri tembaga temperaturnya 200°C , sedangkan ujung kanan batang kuningan temperaturnya 100°C.
   b. Laju panas dari tembaga ke kuningan

   Penyelesaian:
   a. Misalkan temperatur bidang batas antara tembaga dan kuningan adalah T°C,
      Maka laju panas yang lewat tembaga adalah:

$H_{tembaga} = \frac{K_{tembaga}\,A(T_1 - T)}{L_{tembaga}}$

$= (400W/m°C(0,6m^2)\,[\frac{200℃-T}{0,6\,m}]$, sedangkan

$H_{kuningan} = \frac{K_{kuningan}\,A(T - T_2)}{L_{kuningan}}$

$= (200W/m°C)\,(0,6m^2)\,[\frac{T-100℃}{0,4\,m}]$

Dalam keadaan *steady* , laju panas yang melewati tembaga sama dengan laju panas yang melewati kuningan, bahkan yang melewati setiap titik dalam bidang itu berarti,

$H_{tembaga} = H_{kuningan}$,

Sehingga

$(400W/m.K)(0,6m^2)[\frac{200℃-T}{0,6\,m}] = (200W/m.K)(0,6m^2)\,[\frac{T-100℃}{0,4\,m}]$

{**Ingat :** 1W/m.K=1 W/m°C}.

Bila dihitung, maka temperatur bidang batas tersebut adalah T=157° C

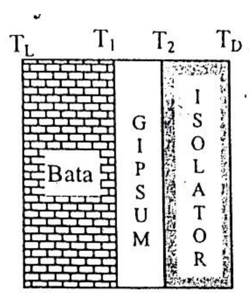
b. Karena laju panas Htembaga = Hkuningan , maka laju panas dicari dari

$H_{tembaga} = (400W/m.K)(0,6m^2)[\frac{200℃-157℃}{0,6\,m}] = 1720$ watt

Hasil yang sama juga didapat bila H dihitung dari

$H_{tembaga} = (200W/m.K)(0,6m^2)[\frac{157℃-100℃}{0,4\,m}] = 1720$ watt

4. Dinding luar sebuah rumah (Gambar 8.3) terdiri dari lapisan bata 10 cm (k= 0,7W/mK), kemudian di dalamnya terdapat lapisan gypsum yang tebalnya 4 cm (k = 0,5 W/mK) dan pada akhirnya bahan isolasi (k = 0,06 W/mK). Berapakah tebal bahan isolasi yang diperlukan agar panas yang dialirkan tiap detik melewati lapisan dinding tersebut menjadi 80% dari keadaan tanpa bahan isolasi itu?



Gambar 8.3.

Penyelesaian:

Misalkan bahwa $T_L > T_D$, dan T_1 dan T_2 adalah masing-masing temperature bidang batas bata - gipsum dan gypsum - isolator.

Dalam keadaan tunak (steady),

$$H_{bata} = H_{gipsum} = H_{iaolator} = H$$

Untuk bata: $\frac{H_{bata}}{A} = \frac{k(T_L - T_1)}{L_{Bata}}$, sehingga dapat ditulis

$$T_L - T_1 = \frac{H_{bata}\, L_{bata}}{kA} = \frac{H}{A}\frac{(0{,}1\text{m})}{(0{,}7\text{ W/mK})} = \frac{H}{7A}\text{K} \qquad (1)$$

Dengan cara sama, untuk

$$\text{Gipsum: } T_L - T_1 = \frac{H(0{,}04m)}{A\,(0{,}5\, W/mK)} = \frac{4H}{50A}\text{K} \qquad (2)$$

Dan untuk isolator:

$$T_2 - T_D = \frac{H}{A}\frac{L}{(0{,}6\text{ W/mK})}\text{K} \qquad (3)$$

Jumlahkan Pers.(1),(2) dan (3), maka didapat

$$T_2 - T_D = \frac{H}{A}\left[\frac{1}{7} + \frac{4}{50} + \frac{L}{0{,}06}\right]$$

Sehingga

$$\frac{H}{A} = \frac{T_L - T_D}{\frac{1}{7} + \frac{4}{50} + \frac{L}{0{,}06}}$$

Dengan cara yang sama, untuk lapisan tanpa bahan isolator didapat

$$\frac{H'}{A} = \frac{T_L - T_D}{\frac{1}{7} + \frac{4}{50}}$$

Karena

$$H_{dengan\ isolator} = 80\% \times H_{tanpa\ isolator}$$

Maka

$$\frac{T_L - T_D}{\frac{1}{7} + \frac{4}{50} + \frac{L}{0{,}06}} = (0{,}8)\,\frac{T_L - T_D}{\frac{1}{7} + \frac{4}{50}}$$

Sehingga

$$\frac{1}{7} + \frac{4}{50} = (0{,}8)\left[\frac{1}{7} + \frac{4}{50} + \frac{L}{0{,}06}\right]$$

Pengolahan persamaan ini pada akhirnya menghasilkan tebal isolator adalah L = 3,38 mm

Soal ini dapat juga diselesaikan dengan menganalogikan susunan lapisan bata, gypsum dan isolator sebagai resistor listrik yang dirangkai secara seri, dengan resistansi panas tiap bahan adalah

$$R = \frac{L}{KA}$$

Sepadan dengan rangkaian listrik, laju panas dapat ditulis menjadi

$$H = \frac{\Delta T}{R_{Total}}$$

Dengan R_{Total} untuk susunan seri (seperti pada rangkaian listrik) adalah

$$R_{Total} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots\dots$$

Untuk soal ini resistansi termal masing-masing lapisan berturut-turut adalah

$$R_{bata} = \frac{L_{bata}}{K_{bata}\,A} = \frac{0{,}1\mathrm{m}}{(0{,}7\ \mathrm{W/mK})A} = \frac{1}{7A}\,\mathrm{K/W}$$

$$R_{gypsum} = \frac{L_{gypsum}}{A\,K_{gypsum}} = \frac{0{,}04m}{(0{,}5\ W/mK)A} = \frac{4}{50A}\,\mathrm{K/W}$$

Dan

$$R_{isolator} = \frac{L_{isolator}}{K_{isolator}\,A} = \frac{L\ \mathrm{m}}{(0{,}06\ \mathrm{W/mK})A} = \frac{L}{0.06A}\,\mathrm{K/W}$$

Karena

$$H_{\text{ dengan isolator}} = 80\% \times H_{\text{ tanpa isolator}}$$

Maka

$$\frac{\Delta T}{\left(\frac{1}{7}+\frac{4}{50}+\frac{L}{0{,}06}\right)\left(\frac{1}{A}\right)} = (0{,}8)\frac{\Delta T}{\left(\frac{1}{7}+\frac{4}{50}\right)\left(\frac{1}{A}\right)}$$

Sehingga

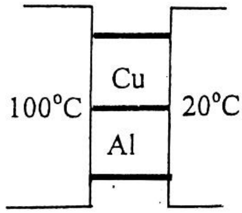
$$\frac{1}{7} + \frac{4}{50} = 0{,}8\left(\frac{1}{7} + \frac{4}{50} + \frac{L}{0{,}06}\right)$$

Dengan demikian tebal isolator yang dicari adalah

$$L = 3{,}38\ \mathrm{mm}$$

Terlihat bahwa dengan cara kedua juga diperoleh hasil yang sama.

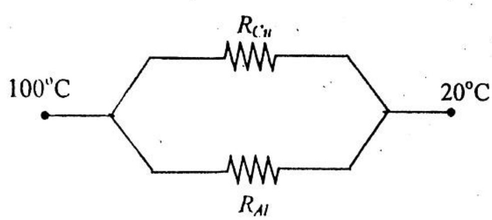
5. Dua kubus logam, yaitu tembaga (kcu= 400 W/mK) dan aluminum (kal = 200 W/mK) dengan rusuk 3 cm disusunseperti pada Gambar 8.4. Carilah laju panas yang melewati kubus-kubus itu.



Gambar 8.4

Penyelesaian

Rangkaian analogi dari susunan di atas adalah seperti Gambar 8.5 berikut, dengan



Gambar 8.5

$R_{Cu} = \frac{L}{A\,K_{Cu}} = \frac{0{,}03m}{(400W/mK)(9x10^{-4}m^2)} = 8{,}3\ x\ 10^{-2}K/W$

Dan

$R_{Al} = \frac{L}{A\,K_{Al}} = \frac{0{,}03m}{(200\ \mathrm{W/mK})(9\times10^{-4}\mathrm{m}^2)} = 16{,}6 \times 10^{-2}K/W$

Untuk susunan partikel:

$$\frac{1}{R_{Total}} = \frac{1}{R_{Cu}} + \frac{1}{R_{Al}} = \frac{R_{Cu}+R_{Al}}{R_{Cu}R_{Al}}$$

$$= \frac{(8{,}3+16{,}6)x10^{-2}\ K/W}{(8{,}3x10^{-2}\ K/W)(16{,}6x10^{-2}\ K/W)'}$$

Sehingga

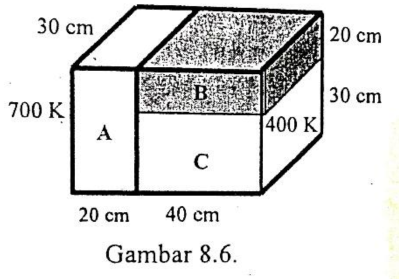
$R_{Total} = \frac{137{,}78\ x\ 10^{-4}}{24{,}9\ x\ 10^{-2}} = 5{,}53\ x\ 10^{-2}K/W$

Jadi, laju panas $H = \frac{\Delta T}{R\ Total} = \frac{80K}{5{,}53x10^{-2}K/W}$ = 1450 w

6. Bagian dari suatu tembok berbentuk seperti pada Gambar.8.6. Dengan data-data yang tercantum di bawah ini, hitunglah panas yang melewati tembok tersebut selama 2 jam.

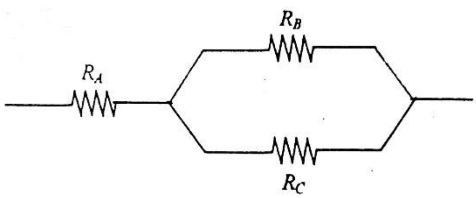
K_A = 100 W/m.K
K_B = 70 W/m.K
K_C= 50 W/m.K

Penyelesaian



Gambar 8.6.

Susunan di atas dapat dianalogikan dengan susunan rangkaian listrik seperti pada Gambar 8.7 berikut.



Gambar 8.7.

Dengan H =

$$\frac{\Delta T}{R_{total}} = \frac{300K}{R_{total}} \quad (1)$$

Hitung terlebih dahulu resistansi termis masing-masing lapisan, yang berturut-turut adalah:

$$R_A = \frac{L_A}{K_A A_A} = \frac{0{,}2m}{(100\ W/mK)(0{,}15\ m^2)} = 0{,}013\ K/W$$

$$R_B = \frac{L_B}{K_B A_B} = \frac{0{,}4m}{(70\ W/mK)(0{,}06m^2)} = 0{,}095\ K/W$$

Dan

$$R_C = \frac{L_C}{K_C A_C} = \frac{0{,}4\text{m}}{(50\ \text{W/mK})(0{,}09\text{m}^2)} = 0{,}089\ \text{K/W}$$

Untuk mendapatkan R_{Total}, maka

$$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} = \frac{R_B + R_C}{R_B R_C} \text{ sehingga } \frac{R_B R_C}{R_B + R_C}$$

Selanjutnya,

$$R_{Total} = R_A + R_{BC} = R_A + \frac{R_B R_C}{R_B + R_C}$$

$$= (0{,}013K/W) + \frac{(0{,}095\ K/W)(0{,}089\ K/W)}{0{,}095K/W + 0{,}089\ K/W}$$

$$= 0{,}059\ K/W$$

Bila hasil ini disubstitusi ke dalam Pers(1), maka didapat

$$H = \frac{300K}{0{,}059\ K/W} = 5084{,}7\ W$$

Dengan demikian selama 2 jam, panas yang melewati tembok tersebut adalah:

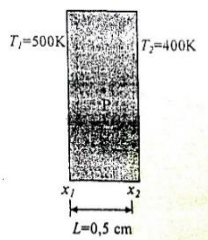
$$Q = H \times t = (5084{,}7\ W) \times (2 \times 3600\ s) = 3{,}66.10^7\ J$$

3

7. *Stainless steel* AISI 304 adalah salah satubahan yang mempunyai konduktivitas termal tidak konstan, melainkan berubah sebagai fungsi temperatur yang dapat ditulis sebagai:
   $k(T) = (10+0{,}02T)$ W/mK
   Dengan T adalah temperatur yang dinyatakan dalam K.
   a. Hitunglah laju panas per satuan luas yang melewati lempengan *Stainless steel*setebal 0,5 cm, bila temperature permukaan lempengan masing-masing adalah 500 K dan 400 K.
   b. Carilah temperatur di titik 0,25 cm dari salah satu sisi permukaan lempengan tadi

   Penyelesaian:

   a. Karena konduktivitas *k* tidak konstan, maka soalini tidak dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus-rumus yang telah dimanfaatkan pada soal-soal sebelum ini. Pada soal ini, penyelesaian harus dimulai dari rumus yang lebih mendasar yaitu:
      $$H = -kA\frac{dT}{dx}$$
      Dengan k = k(T)
      Perhatikan lempengan *stainless steel* pada Gambar 8.8 di samping ini. Tulislah Pers.(1) menjadi
      $$Hdx = -\ k(T)AdT$$
      Lakukan pengintegrasian dari permukaan kiri ke permukaan kanan, maka didapat



Gambar 8.8

$$\int_{x_1}^{x_2} H dx = -\int_{T_1}^{T_2} k\,(T) A dT$$
$$= -\int_{T_1}^{T_2} [(10 + 0{,}02T)\mathrm{W/mK}] A dT$$

Dalam keadaan *steady*, H adalah konstan, sehingga dapat ditulis,

$H(x_2 - x_1) =$

$-A\left[(10\ W/mK)(T_1 - T_2) + \frac{(0{,}02W/mK)2}{2}\left(\mathrm{T}_1^2 - \mathrm{T}_2^2\right)\right]$ (3)

Atau

$\frac{H}{A}L$= (10 W/mK) (T_1-T_2)+(0,01W/mK^2) (T_1^2-T_2^2)

sehingga

$$\frac{H}{A} = \frac{(10W/mK)(T1 - T2) + (0{,}01W/mK^2)\left(\mathrm{T}_1^2 - \mathrm{T}_2^2\right)}{L}$$
$$= \frac{(10\ W/mK)(500K - 400K) + (0{,}01W/mK^2)[(500K)^2 - (400K)^2]}{0{,}5x\ 10^{-2}m}$$
$$= \frac{1000\ W/m + 900\ W/m}{0{,}005m} = \frac{1900W/m}{0{,}005m}$$

Jadi laju panas per satuan luas yang melewati lempengan adalah 3,80 x 10^5 W/m^2

b. Untuk menghitung temperatur di titik P yang berada 0,25 cm dari permukaan kiri (tengah-tengah lempengan), makain tegrasi Pers.(2) dari permukaan kiri ke titik P,

$$\int_{x_1}^{x_p} H dx = -\int_{T_1}^{T_p} kAdT = -\int_{T_1}^{T_p} (10 + 0{,}02T) AdT$$

Sehingga Pers.(3) menjadi

$\frac{H}{A}\left(x_p - x_1\right)$ = (10 W/mK) (T_1-T_p)+(0,01W/mK^2) (T_1^2-T_p^2)

Dalam keadaan *steady*, laju panas per satuan luas adalah sama di mana-mana, sehingga dengan memasukkan hasil jawaban (a), didapat

(3,80×10^5W/m^2)(0,0025m)=(10W/mK)(500K-T_p)+ (0,01W/mK^2) [(500K)^2-T_p^2]

atau

0,95×10^3W/m=(5000W/m)-(10W/mK)Tp+2500W/m-(0,01 W/mK^2) T_p^2

Selanjutnya tanpa menuliskan satuan, didapat persamaan kuadrat

$0{,}01T_p^2 + 10T_p - 6550 = 0$

Penyelesaian persamaan kuadrat ini menghasilkan temperature titik P, Tp = 451,31K

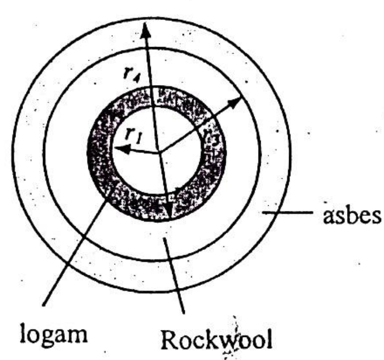
8. Pipa logam setebal 5 mm (k = 12 W/mK) mempunyai jari-jari dalam 10 cm. Pipa dibalut dengan Rockwool (k = 0,03 W/mK) setebal 2,5 cm dan juga asbes (k = 0,15 W/mK) setebal 1 cm. Pipa ini dialiri air panas sehingga beda temperatur antara permukaan paling dalam dan permukaan paling luar pipa adalah 40 K.
   a. Hitunglah laju panas per satuan panjang yang keluar secara radial dari pipa ini.
   b. Berapakah perubahan lajupanas per satuan panjang yang keluar dari pipa ini bila lapisan asbesnya terlepas?

   Penyelesaian:

   a. Untuk benda-benda berbentuk silindris, resistansi termal adalah:

$$R = \frac{In\ (r_1/r_2)}{2\pi\ kL}$$

   Dengan



Gambar 8.9.

r_2 dan r_1 : jari-jari dalam/luar permukaan silinder

K : konduktivitas termal

L : panjang silinder

Bila diterapkan pada soal ini, maka

$R_{logam} = \frac{\ln(r2/r1)}{2\pi\, K.L} = \frac{\ln(10{,}5mm/10mm)}{2\pi(12W/mK)L} = 6{,}47\times10^{-4}L^{-1}K/W$

$R_{rockwoll} = \frac{\ln(r2/r1)}{2\pi\, K\, L} = \frac{\ln(13\, mm/10{,}5mm)}{2\pi(0{,}03\, W/mK)L} = 1{,}133L^{-1}\, K/W$

$R_{asbes} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\, K\, L} = \frac{\ln(14mm/13mm)}{2\pi(0{,}5\, W/mK)L} = 0{,}079\, L^{-1}\, K/W$

Sehingga

$R_{total} = R_{logam} + R_{rockwoll} + R_{asbes}$

$= 6{,}47 + 1{,}133 + 0{,}079$

$= 1{,}21\, L^{-1}\, K/W$

Dari hubungan

$H = \frac{\Delta T}{R_{Total}}$

Maka untuk soal ini dapat ditulis

$\frac{H}{R} = \frac{40\, K}{R_{Total}\, L} = \frac{40\, K}{1{,}21(K/W)m} = 33{,}06\, W/m$

Jadi arus panas persatuan panjang yang keluar dari pipa adalah 33,06 W/m

b. ketika lapisan asbes terlepas, maka

$R'_{Total} = R_{Logam} + R_{Rockwoll}$

$= 6{,}47 \times 10^{-4} + 1{,}133$

$= 1{,}134\, L^{-1}\, K/W$

Dengan demikian

$\frac{H\prime}{L} = \frac{\Delta T}{R'total\, L} = \frac{40\, k}{1{,}134\, (K/W)m} = 35{,}27\, W/m$

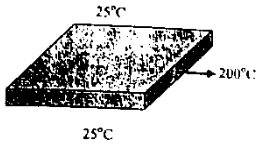
Dari jawaban ini terlihat bahwa tanpa isolator asbes, panas yang keluar persatuan panjang lebih banyak. Besarnya perubahan arus panas ini adalah:

35,27 W/m – 33,06 W/m = 2,21 W/m

9. Sebuah pelat temperaturnya konstan sebesar 200°C. Udara di kedua sisi pelat bertemperatur sama yaitu 25°C. Berapa panas yang hilang secara konveksi dari 1 m^2 pelat tersebut selama 5 menit, bila
   a. posisi pelat konveksi
   b. posisi pelat vertikal

   Dari daftar table di buku bahwa untuk pelat horizontal:

Konveksi ke atas: $h = 0{,}595 \times 10^{-4} (\Delta T)^{1/4}$ kal/s.cm^{2}K
Konveksi ke bawah: $h = 0{,}314 \times 10^{-4} (\Delta T)^{1/4}$ kal/s.cm^{2}K
Sedangkan untuk pelat vertikal : $h = 0{,}424 \times 10^{-4} (\Delta T)^{1/4}$ kal/s.cm^{2}K



Gambar 8.10

Penyelesaian:

a. Laju panas konveksi dari pelat horizontal untuk konveksi ke arah atas (Gambar.8.10)

$H = hA (\Delta T)$

$= 0{,}595 \times 10^{-4} (175)^{1/4}$ kal/s.cm^{2}K $(10^4$ cm$^2)(175$K$)$

$= 378{,}72$ Kal/s

Jadi panas yang hilang selama 5 menit adalah

$Q = H \times t = (378{,}72$ Kal/s$)(5 \times 60$s$) = 113.615{,}03$ kal

Dengan cara yang sama, banyaknya panas yang hilang selama 5 menit dari pelat horizontal, untuk konveksi ke arah bawah adalah

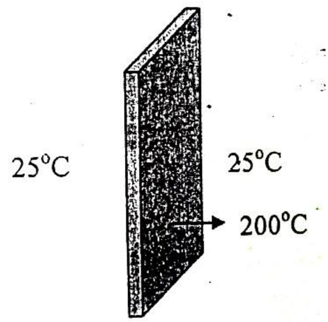
$Q = 0{,}314 \times 10^{-4} (175)^{1/4}$Kal/s.cm^{2}K$(1 \times 10^4cm^2)(175K)(300s)$

$= 59.958{,}18$ Kal

b. Untuk pelat vertikal, konveksi terjadi ke kiri – kanan pelat, sehingga

$Q = 2 \times 0{,}424 \times 10^{-4} (175)^{1/4}$kal/s.cm^{2}K$(1 \times 10^4cm^2)(175K)(300s)$

= 161.925,28 Kal



Gambar 8.11.

10. Sebuah pelat baja (K = 40 W/m °C) setebal 2 cm mempunyai ukuran 60 cm x 100 cm dan berada pada posisi horizontal. Di atas pelat ini berhempus udara bertemperatur 20°C, sedangkan temperatur bagian atas pelat adalah 250 °C (koefesien konveksi pelat horizontal adalah h = 25 W/m°C). Bila panas yang hilang secara radiasi dari pelat adalah 300 W, hitunglah temperatur bagian bawah pelat.

Penyelesaian :

Pada pelat, panas ditransfer secara konduksi dari permukaan bawah ke permukaan atas pelat. Panas ini kemudian "hilang" secara konveksi dan secara radiasi dari permukaan atas pelat ke udara sekitarnya.

Jadi dapat ditulis

$H_{konduksi} = H_{konveksi} + H_{radiasi}$

$\frac{KA\,\Delta T}{L} = h\,A\,(T_{permukaan\ pelat} - T_{udara}) + H_{Radiasi}$

$\frac{(40\ W/m\ °C)(0{,}6\ m2\ )(T\ bawah - 250°C)}{0{,}02\ m} = (25W/m^2°C)(0{,}6m^2)(250°C - 20°C) + 300\ W$

$1200\ W/°C\ (T_{bawah} - 250\ °C) = 3450\ W + 300\ W$

Jadi temperature bagian bawah pelat adalah :

$T_{bawah} = 250°C + \frac{3750\ W}{1200\ W/°C} = 253,\ 13\ °C$

11. Pipa uap yang tipis jari – jarinya 7,5 cm dan temperaturnya 75°C. Pipa ini diselubungi penyekat silinder yang jari – jari luarnya 8,5 cm sedangkan temperatur permukaan luarnya 35°C. Tentukan letak titik – titik yang temperaturnya 55°C.

Penyelesaian:

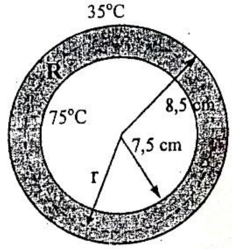
Pada sistem silindris

H = $2\pi\ KL\ \frac{(Td-Ti)}{in\ r2\ /r1}$ = $2\pi\ KL\ \frac{(75°C-35°C)}{in\ (8{,}5\ cm/7{,}5\ cm)}$

Misalnya titik – titik yang temperaturnya 55°C berada pada permukaan silinder yang berjarak r dari pusat silinder, maka dalam keadaan *steady*, laju panas dari permukaan dalam ke permukaan R adalah sama dengan laju panas dari permukaan R ke permukaan luar silinder, bahkan sama dengan laju panas dari permukaan dalam ke permukaan luar silinder.

Bila laju panas dari permukaan silinder ke permukaan R disebut H', maka:

H' = 2π kL $\frac{(75°C-55°C)}{in\ (r/7{,}5cm)}$



Gambar 8.12

Karena H' = H, **maka**

2π kL $\frac{(75°C-55°C)}{in\ (r/7{,}5cm)}$ = 2π kL $\frac{(75°C-35°C)}{in\ (8{,}5\ cm/7{,}5\ cm)}$

Atau, $\frac{(20°C)}{\ln\ (r/7{,}5cm)} = \frac{(40°C)}{\ln\ (8{,}5\ cm/7{,}5\ cm)}$

$\ln\ (r/7{,}5cm) = \frac{\ln\ (8{,}5\ cm/7{,}5\ cm)}{2} =$ 0,063

Sehingga

r = 7,5 cm × $e^{0{,}063}$ = 7,99 cm

jadi **titik** – titik yang temperaturnya 55°C terletak pada permukaan silinder yang berjari – jari r = 7,99 cm

12. Sebuah bola tembaga dengan emisivitas e = 0,25 dan jari–jari 10 cm berada dalam ruang hampa udara yang dinding–dinding ruangnya bertemperatur tetap 27°C. Berapakah energi panas yang harus diberikan pada bola itu, agar temperature bola tetap 127°C ?

Penyelesaian:

Karena temperatur bola lebih besar dari temperature dinding ruang, maka ada **radiasi** netto dari bola ke dinding – dinding ruang per satuan luas sebesar:

$H' = e\sigma\ (T_1^4 \text{ X } T_2^4)$

$= 0{,}25\ (5{,}67 \times 10^{-8}\ W/m^2 K^4)\ [(400\ K)^4\ (300\ K)^4]$

$= 248\ {,}06\ W/m^2$

Radiasi panas netto dari seluruh bola adalah

$H = H' \times A = 248\ {,}06\ W/m^2 \times 4\pi\ (0{,}1m)^2 = 31{,}17$

Agar temperature bola tetap 127 °C, maka panas yang hilang ini harus terus–menerus diganti. Jadi panas persekon yang harus diberikan bola adalah sejumlah $H = 31{,}17$ W

13. Seorang atlit, ketika belum menggenakan bajunya, berada di ruang ganti yang berdinding gelap dan bertemperatur 15 °C . jika temperatur kulit atlit itu 34°C sedang e = 0,7 dan luar permukaan tubuhnya adalah 1,5 m^2.
    a. Berapakah panas radiasi yang hilang dari tubuhnya per satuan waktu?
    b. Setelah berapa lama temperature atlit itu turun menjadi 27 °C, bila massa atlit 60 kg dari kapasitas panas jenisnya c = 500 J/kg.K?

    Penyelesain:

    a. Berdasarkan $H' = e\sigma\ (T_1^4 - T_2^4)$, maka panas yang hilang secara radiasi dari tubuh atlit per satuan luas adalah :

    $H' = (0{,}7)(5{,}67 \text{ x } 10^{-8}\ W/m^2K^4)[(307\ K)^4\text{-}(288K)^4]$

    $= 79{,}51\ W/m^2$

    Dengan demikian panas radiasi yang hilang dari tubuh atlit per satuan waktu adalah

    $Q' = H' \times A = (79{,}51\ W/m^2)(1{,}5\ m^2) = 119{,}27W$

    b. Agar temperatur tubuh turun menjadi 27°C, maka panas yang harus dikeluarkan dari tubuh adalah:

    $Q = mc\Delta T$

    $= (60\ kg)(5000\ J/kg.K)(34\ °C - 27°C)$

    $= 21 \text{ x } 10^5$ J

Berdasarkan jawaban (a), panas yang dapat diradiasikan keluar dari tubuh atlit itu tiap detik adalah 119,27 J. jadi temperatur tubuh atlit itu akan turun menjadi 27°C setelah

$$\frac{21\ x\ 10^5 J}{119{,}27\ J/s} = 17607{,}11\ s = 4{,}89\ jam$$

14. Sebuah teko keramik (e = 0,7) dan sebuah teko mengkilat (e = 0,1) yang luas permukaannya sama yaitu 0,05 m^2, masing – masing yang berisi 0,75 liter teh yang temperaturnya 95°C. Bila temperatur pemukaan lingkungan sekitar teko – teko itu adalah 20°C.
    a. Berapakah radiasi panas per satuan waktu dari masing–masing teko itu ?
    b. Berapakah penurunan temperatur masing – masing teko itu setelah 30 detik ?

    Penyelesaian:

    a. Laju panas radiasi netto dari teko ke permukaan lingkungan dapat dihitung dengan menggunakan
    $H = H' \times A = e\sigma A\ (T_1^4 \times T_2^4)$
    Untuk teko keramik (e = 0,7),
    $H = (0{,}7) + (5{,}67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4})(5 \times 10^{-2}\mathrm{m^2})$
    $[(368\ \mathrm{K})^4 - (293\ \mathrm{K})^4]$
    $= 21{,}0$ watt
    Untuk teko mengkilat ($e = 0{,}1$)
    $\mathrm{H} = (0{,}1)(5{,}67 \times 10^{-8}\ W/m^2K^4)(5 \times 10^{-2}\mathrm{m^2})[(368\ \mathrm{K})^4 - (293\ \mathrm{K})^4]$
    $= 3{,}0$ watt

    b. Pada teko keramik:
    Dalam 30 menit panas yang keluar dari teko
    $= (30 \times 60\mathrm{s})(21\mathrm{W}) = 37.800$ J
    Dari $Q = mc\Delta T = Vp\ c\Delta T$ didapat
    $37.800\ J = (0{,}75 \times 10^{-3} m^3)(1000\ kg/m^3)(4{,}186\ j)\Delta T$,
    Sehingga penurunan temperaturnya adalah
    $$\Delta T = 12°C$$

Pada teko mengkilat:

Panas yang keluar dari teko selama 30 menit adalah $(30 \times 60s)(3\ W) = 5.400\ J,$ sehingga penurunan temperaturnya adalah:

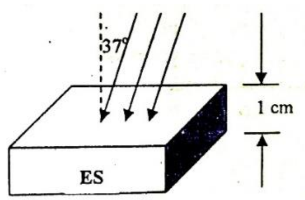
$$\Delta T = \frac{5400\ J}{(0{,}75 \times 10^{-3} m^3)(1000\ \ kg/m^3)(4{,}186\ J)} = 1{,}7°C$$

15. Balok es (emisitivitas $e = 0{,}05$; panas lebur $L = 80\ kkal/kg$), permukaan bagian atasnya mempunyai luas $1\ m^2$ dan tebalnya $1\ cm$, dan bertemperature 0° C. Balok es tertimpa sinar matahari membuat sudut 37° dengan garis normal permukaan es (Lihat Gambar 8.13). Dengan mengingat bahwa rapat massa air $\rho = 1000\ kg/\ m^3$ dan mengasumsikan bahwa radiasi panas Matahari yang tiba di bumi adalah $1000\ w$ / m², hitunglah setelah berapa lama balok es tersebut melebur seluruhnya?

Penyelesaian :

Volume es adalah $V = 1\ m^2 \times 0{,}01\ m = 0{,}01 m^3$

sehingga massa es adalah



Gambar 8.13

$m = V.\rho = (0{,}01 m^3)(1000\ kg/m^3) = 10\ kg$

Panas untuk mencairkan 10 kg es =

$$Q = m \times L = (10\ kg)(80 kkal/kg) = 800\ kkal$$
$$= (8 \times 10^5\ kal)(4{,}186\ J/kal) = 33{,}49 \times 10^5\ \ J$$

Laju panas radiasi Matahari yang diserap es:

$$H\ = (1000\ W/m^2) eAcos\theta$$
$$= (1000\ W/m^2)(0{,}05)(1\ m^2) \cos 37° = 40\ W$$

Jadi waktu untuk mencairkan balok es :

$$t = \frac{Q}{H} = \frac{33{,}49 \times 10^5 J}{40\ w} = 83{,}725\ s = 23{,}3\ jam$$