

PERHITUNGAN PREMI ASURANSI JiWA MENGGUNAKAN GENERALIZED LINEAR MIXED MODELS

by Novita Chandra

Submission date: 19-Jan-2023 09:10PM (UTC-0700)

Submission ID: 1995812123

File name: PERHITUNGAN_PREMI_ASURANSI_JIWA_MENGGUNAKAN.pdf (313.74K)

Word count: 2493

Character count: 14798

antara heterogenitas efek tetap (faktor *underwriting*) dan efek random (faktor *frailty*) antar individu. Model yang diperoleh dapat digunakan dalam menentukan harga premi asuransi jiwa yang diharapkan berpengaruh pada perusahaan asuransi jiwa. Pengaruh tersebut adalah dengan tidak terjadinya *adverse selection* (kerugian) yang dikarenakan banyaknya klaim secara bersamaan, atau tidak seimbangannya pemasukan perusahaan asuransi jiwa (diperoleh dari pembayaran premi asuransi jiwa dari pihak pemegang polis) dengan pengeluaran perusahaan asuransi jiwa (yaitu pembayaran klaim oleh perusahaan asuransi jiwa).

2. METODE

Penelitian ini merupakan penelitian longitudinal yaitu dengan membandingkan perubahan subyek penelitian dalam periode waktu tertentu. (Rohmaniah, 2015) menyatakan bahwa penelitian longitudinal merupakan penelitian jangka panjang karena membutuhkan waktu yang sangat lama untuk mengumpulkan data supaya dapat dibandingkan keadaan pada setiap periode. Data hasil penelitian longitudinal disebut data longitudinal yaitu jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu pada sejumlah individu yang sama (Danardono, 2015). Data diambil dari *Health and retirement study* (www.hrsonline.isr.umich.edu) yang mensurvei penduduk Amerika berusia diatas 50 tahun. Dalam penelitian ini diambil sampel data individu berjenis kelamin laki-laki dan berusia 51-74 tahun yaitu mengenai usia, status merokok, status peminum alkohol, dan riwayat kesehatan meliputi kolesterol, jantung, stroke, dan diabetes sebanyak 106 individu dengan 6 kali penelitian.

Metode yang digunakan dalam pemodelan harga premi dengan faktor *underwriting* dan *frailty* yaitu menggunakan metode GLMM. Penelitian ini dimulai dengan mempelajari teori-teori yang diperlukan untuk membentuk model mortalita dengan faktor *underwriting* dan *frailty* dengan GLMM. GLMM dipilih karena dapat menggabungkan kedua faktor tersebut menjadi sebuah model. (Dobson, 2002) menyatakan bahwa dalam membentuk GLMM dibutuhkan tiga komponen utama seperti halnya dalam GLM, yaitu asumsi distribusi, komponen sistematis dan fungsi penghubung. Asumsi distribusi tersebut dari keluarga eksponensial, untuk penelitian ini diasumsikan berdistribusi binomial. Komponen sistematis dalam GLMM adalah:

$$\eta_{ij} = X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i \quad (1)$$

dengan:

- β adalah $(p \times 1)$ vektor efek tetap.
- X_{ij} adalah matriks $(n_{ij} \times p)$ yang menunjukkan matriks kovariat.

- Z_{ij} adalah $(n_{ij} \times q)$ matriks kovariat untuk efek random.
- b_i adalah $(q \times 1)$ vektor efek random untuk individu i yang diasumsikan berdistribusi Normal dengan mean nol dan $Var(b_i) = \sigma_b^2$.

Fungsi penghubung dalam GLMM adalah:

$$g(\mu_{ij}) = X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i \quad (2)$$

Selanjutnya, mengestimasi parameter dalam GLMM untuk membentuk model mortalita dengan faktor *underwriting* dan *frailty*. Dalam penelitian ini, estimasi parameter yang digunakan adalah dengan metode maksimum likelihood. (McCulloch dan Searle, 2001) menyatakan bahwa fungsi likelihood untuk mengestimasi parameter β adalah:

$$L(\beta) \propto \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} f(y_{ij}) \\ = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} \exp\left(\frac{y_{ij}\theta_{ij} - \psi(\theta_{ij})}{\phi} + c(y_{ij}, \phi)\right) \quad (3)$$

Nilai efek random b_i pada GLMM tidak dapat diestimasi namun dapat diprediksi karena b_i bukan parameter (Galecki dan Burzykowski, 2003). Efek random b_i adalah independen dan berdistribusi identik Gaussian dengan mean nol dan $Var(b_i) = \sigma_b^2 = D$. Untuk mencari prediksi b_i digunakan ekspektasi bersyarat dari efek random b_i , diberikan variabel dependen Y_{ij} yaitu:

$$\hat{b}_i = E(b_i | Y_{ij}) \\ = E(b_i) + cov(b_i, Y_{ij})(cov(Y_{ij}))^{-1}(Y_{ij} - E(Y_{ij})) \quad (4)$$

Kovarian b_i dengan Y_{ij} adalah:

$$cov(b_i, Y_{ij}) = cov(b_i, X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i + \varepsilon_{ij}) \\ = DZ_{ij}^T \quad (5)$$

$$\text{sehingga } \hat{b}_i = DZ_{ij}^T (Z_{ij}DZ_{ij}^T + R)^{-1}(Y_{ij} - X_{ij}\beta) \quad (6)$$

Setelah diperoleh nilai parameter, kemudian dilanjutkan pemodelan mortalita menggunakan GLMM. Model mortalita (q_{it}) adalah probabilitas seseorang i meninggal pada usia t (Bowers dkk, 1997). Dengan menggunakan fungsi penghubung logit, diperoleh model:

$$q_{it} = \frac{\exp(X_{it}\beta + b_i)}{(1 + \exp(X_{it}\beta + b_i))} \quad (7)$$

Karena HRS merupakan penelitian yang dilakukan setiap dua tahun sekali, maka estimasi probabilitas kematian yang diperoleh juga dalam selang waktu dua tahun, yaitu

$${}^2q_{it} = \frac{\exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i)}{(1 + \exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i))} \quad (8)$$

Model ini digunakan untuk menghitung harga premi asuransi jiwa. (Effendie, 2015) menyatakan bahwa asuransi jiwa adalah sebuah janji dari perusahaan asuransi (pihak penanggung) kepada nasabahnya (tertanggung) bahwa apabila nasabah mengalami risiko kematian dalam hidupnya maka perusahaan asuransi akan memberi santunan (manfaat kematian) dengan jumlah tertentu kepada ahli waris nasabah tersebut. Karena model mortalita yang diperoleh adalah untuk selang waktu dua tahun, maka tingkat diskon yang digunakan adalah untuk model 3 tahun (Rohmaniah dan Danardono, 2017). Nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun menjadi:

$$A_{\overline{r:n}} = \sum_{k=0}^{n/2-1} v^{2k+2} {}_2kP_t {}^2q_{t+2k} \quad (9)$$

Nilai sekarang aktuarial untuk anuitas jiwa berjangka n -tahun menjadi:

$$\ddot{a}_{\overline{r:n}}^{(m)} = \sum_{k=0}^{n/2-1} v^{2k} {}_2kP_t, \quad m = \frac{1}{2} \quad (10)$$

Premi dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun, yaitu:

$$P_{\overline{r:n}}^{(m)} = \frac{A_{\overline{r:n}}}{\ddot{a}_{\overline{r:n}}^{(m)}}, \quad \text{dimana } n = \text{bilangan genap} \quad (11)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Ilustrasi model untuk perhitungan premi asuransi jiwa dengan faktor underwriting dan frailty menggunakan GLMM adalah:

$${}^2q_{it} = \frac{\exp \left(\begin{aligned} &\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 USA_{it} + \hat{\beta}_2 RKK_{it} + \hat{\beta}_3 ALK_{it} \\ &+ \hat{\beta}_4 KST_{it} + \hat{\beta}_5 JTG_{it} + \hat{\beta}_6 STR_{it} \\ &+ \hat{\beta}_7 DBT_{it} + \hat{b}_i \end{aligned} \right)}{1 + \exp \left(\begin{aligned} &\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 USA_{it} + \hat{\beta}_2 RKK_{it} + \hat{\beta}_3 ALK_{it} \\ &+ \hat{\beta}_4 KST_{it} + \hat{\beta}_5 JTG_{it} + \hat{\beta}_6 STR_{it} \\ &+ \hat{\beta}_7 DBT_{it} + \hat{b}_i \end{aligned} \right)}$$

Dengan:

- $i = 1, 2, \dots, 106$ adalah individu,
- t adalah usia individu pada saat dilakukan penelitian,
- USA_{it} adalah usia individu i ,
- RKK_{it} adalah status individu i sebagai perokok pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- ALK_{it} adalah status individu i sebagai peminum alkohol pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- KST_{it} adalah status individu i menderita kolesterol pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- JTG_{it} adalah status individu i menderita jantung pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- STR_{it} adalah status individu i menderita stroke pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- DBT_{it} adalah status individu i menderita diabetes pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$).

Estimasi parameter dan prediksi nilai frailty dilakukan menggunakan *software* R dengan perintah *glmer* pada *library lme4* dengan mengambil nilai $\alpha = 5\%$.

Tabel 1. Hasil Estimasi Parameter

```

AIC   BIC logLik deviance
390.4 427.9 -186.2   372.4
Random effects:
Groups Name      Variance Std.Dev.
ID (Intercept)  1.0022e-14 1.0011e-07
Number of obs: 474, groups: ID, 106

Fixed effects:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -12.66129    2.32502  -5.446 5.16e-08 ***
USA          0.14462    0.03271   4.421 9.80e-06 ***
RKK3ya       0.07930    0.42060   0.189 0.85045
ALK3ya       0.74719    0.28669   2.606 0.00915 **
KST3ya       0.37704    0.37639   1.002 0.31647
JTG3ya       0.68353    0.30550   2.237 0.02526 *
STR3ya       0.09047    0.34786   0.260 0.79481
DBT3ya       0.69992    0.34399   2.035 0.04188 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
    
```

Tabel 2. Hasil Estimasi Parameter dengan Variabel Independen Terbaik

```

AIC   BIC logLik deviance
385.6 410.5 -186.8   373.6
Random effects:
Groups Name      Variance Std.Dev.
ID      (Intercept) 6.1897e-10 2.4879e-05
Number of obs: 474, groups: ID, 106

Fixed effects:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -12.34988    2.29204  -5.388 7.12e-08 ***
USA          0.14306    0.03209   4.459 8.25e-06 ***
ALK3ya      0.73190    0.28250   2.591 0.00958 **
JTG3ya     0.66982    0.30263   2.213 0.02687 *
DBT3ya     0.70339    0.34249   2.054 0.04000 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
    
```

Berdasarkan Tabel 1 diperoleh RKK (status individu sebagai perokok) mempunyai nilai *p-value* terbesar yaitu 0.85045 dan lebih dari α . Artinya RKK tidak berpengaruh terhadap model, sehingga variabel tersebut dihapus. Langkah dilanjutkan sampai diperoleh model dengan variabel independen terbaik.

Berdasarkan Tabel 2 diperoleh semua nilai *p-value* kurang dari kriteria α , sehingga variabel prediktor tersebut merupakan variabel independen terbaik. Model yang diperoleh adalah:

$${}^2q_{it} = \frac{\exp\left(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70339DBT_{it} + \hat{b}_i\right)}{1 + \exp\left(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70339DBT_{it} + \hat{b}_i\right)}$$

Efek random (frailty) dapat diperoleh menggunakan perintah *raneff* pada *library lme4*.

Tabel 3. Nilai Frailty

id	Frailty	id	Frailty	id	Frailty
21	4.633624e-10	41	1.526240e-10	91	2.858041e-10
22	4.656492e-10	42	-3.428695e-10	92	3.060276e-10
23	4.633624e-10	43	-5.771279e-10	93	4.410835e-10
24	5.718605e-10	44	3.952500e-10	94	-7.513868e-10
25	3.365051e-10	45	-5.368779e-10	95	3.436913e-10

Sebagai contoh untuk individu $i = 25$ dengan frailty 3.365051e-10 pada usia 60 peminum alkohol dan menderita kolesterol, mempunyai resiko kematian sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 {}^2q_{i=25t=60} &= \frac{\exp\left(-12.34988 + 0.14306USA_{i=25t=60} + 0.7319ALK_{i=25t=60} + \hat{b}_{i=25}\right)}{1 + \exp\left(-12.34988 + 0.14306USA_{i=25t=60} + 0.7319ALK_{i=25t=60} + \hat{b}_{i=25}\right)} \\
 &= \frac{\exp\left(-12.34988 + 0.14306(60) + 0.7319(1) + 3.365051e-10\right)}{1 + \exp\left(-12.34988 + 0.14306(60) + 0.7319(1) + 3.365051e-10\right)} \\
 &= \frac{\exp(-3.034379999664)}{1 + \exp(-3.034379999664)}
 \end{aligned}$$

$$= 0.045896644290$$

Harga premi bersih yang ditawarkan untuk satu satuan manfaat sebesar:

$$\begin{aligned}
 P_{i=25 \frac{1}{60:2}}^{(1/2)} &= A_{i=25 \frac{1}{60:2}} \\
 &= v^2 {}^2q_{i=25t=60} \\
 &= (1 - 0.08)^2 \cdot 0.045896644290 \\
 &= 0.038846919727
 \end{aligned}$$

sedangkan harga premi kotor dua tahunan untuk asuransi berjangka dua tahun individu tersebut adalah:

$$\begin{aligned}
 P_{i=25 \frac{1}{60:2}}^{(1/2)} &= A_{i=25 \frac{1}{60:2}} + k \sqrt{{}^2A_{i=25 \frac{1}{60:2}} - \left(A_{i=25 \frac{1}{60:2}}\right)^2} \\
 &= \left(0.038846919727 + \frac{(0.02) \sqrt{(0.032880033 - (0.038846919727)^2)}}{1}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 0.038846919727 + (0.02)\sqrt{0.031370949684} \\ &= 0.038846919727 + (0.02)0.177118462 \\ &= 0.0423892890 \end{aligned}$$

4. SIMPULAN

Harga premi yang diperoleh setiap individu nilainya berbeda tergantung faktor *underwriting* dan *frailty*. Besarnya *frailty* sama untuk satu individu, dan bervariasi untuk lain individu. *Frailty* yang bernilai positif menunjukkan bahwa tingkat kerentanan seseorang dalam mengalami risiko kematian lebih besar daripada *frailty* yang bernilai negatif. Premi kotor lebih besar daripada premi bersih karena ditambah dengan *loading*.

5. UCAPAN TERIMAKASIH

Artikel ilmiah ini merupakan luaran dari penelitian dosen pemula tahun 2018 didanai oleh Direktorat Riset dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Direktorat Jenderal Penguatan Riset dan Pengembangan, Kementerian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi pada kontrak pendanaan bulan April 2018.

6. DAFTAR PUSTAKA

- Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A. dan Nesbitt, C.J. 1997. *Actuarial Mathematics 2nd Edition*. Itasca. Illinois. The Society of Actuaries.
- Brown, R. L., & McDaid, J. 2003. Factors affecting retirement mortality. *North American Actuarial Journal*, 7(2), 24-43.
- Danardono. 2015. *Analisis Data Longitudinal*. Yogyakarta. Gadjah Mada University Press.
- Dobson, A. J. 2002. *An Introduction to Generalized Linear Models 2nd Edition*. New York. Chapman & Hall/CRC.
- Effendie, Adhitya Ronnie. 2015. *Matematika Aktuaria dengan Software R*. Yogyakarta. Gadjah Mada University Press.
- Galecki, A., & Burzykowski, T. 2013. *Linear mixed-effects models using R: A step-by-step approach*. Springer Science & Business Media.
- Manton, K. G., Stallard, E., Vaupel, J. W. 1986. Alternative Models for the Heterogeneity of Mortality Risks Among the Aged. *Journal of the American Statistical Association*, 81, 635-644.
- McCullagh, P., & Nelder, J. A. 1989. *Generalized linear models* (Vol. 37). CRC press.
- McDaid, J., Brown, R. L. 2003. Factors Affecting Retirement Mortality. *North American Actuarial Journal*, 7, 24-43.
- Rohmaniah, S. A. 2015. Pemodelan Mortalita dengan Faktor Underwriting dan Frailty menggunakan Generalized Linear Mixed Models dan Aplikasinya dalam Menentukan Harga Premi. Yogyakarta: [Yogyakarta]: Universitas Gadjah Mada. Retrieved from http://etd.repository.ugm.ac.id/index.php?mod=penelitian_detail&sub=PenelitianDetail&act=view&typ=html&buku_id=77326
- Rohmaniah, S. A., Chandra, N.E. 2018. *Pengaruh Frailty dalam Pemodelan Mortalita: Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, Diselenggarakan oleh Program Studi Magister Pendidikan Matematika FKIP UNS, 4 Agustus 2018. Surakarta
- Rohmaniah, S. A., Danardono. 2017. *Perbitungan barga premi model dua tabunan dengan faktor underwriting menggunakan generalized linear models: Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, Diselenggarakan oleh Program Studi Pendidikan Matematika, UMS, 18 Maret 2017 (hal. 124-132). Surakarta: Muhammadiyah University Press. Diakses dari <https://publikasiilmiah.ums.ac.id/bitstream/handle/11617/8745/M-12>
- Su, S., Sherris, M. 2012. Heterogeneity of Australian Population Mortality and Implications for a Viable Life Annuity Market. *Insurance: Mathematics and Economics*, 51, 322-332.

PERHITUNGAN PREMI ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN GENERALIZED LINEAR MIXED MODELS

ORIGINALITY REPORT

16%

SIMILARITY INDEX

15%

INTERNET SOURCES

6%

PUBLICATIONS

8%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	Submitted to Universitas Diponegoro Student Paper	3%
2	123dok.com Internet Source	2%
3	jvi.ui.ac.id Internet Source	2%
4	Submitted to Universitas PGRI Semarang Student Paper	2%
5	www.researchgate.net Internet Source	2%
6	download.garuda.kemdikbud.go.id Internet Source	1%
7	faculty.franklin.uga.edu Internet Source	1%
8	dspace.ewha.ac.kr Internet Source	<1%
9	dspace.gazi.edu.tr Internet Source	<1%

10	library.unisma.ac.id Internet Source	<1 %
11	claudepeppercenter.fsu.edu Internet Source	<1 %
12	sinta3.ristekdikti.go.id Internet Source	<1 %
13	bibliotecavirtual.dgb.umich.mx:8083 Internet Source	<1 %
14	novindahlest.blogspot.com Internet Source	<1 %
15	publicationslasopa956.weebly.com Internet Source	<1 %
16	afidburhanuddin.wordpress.com Internet Source	<1 %

Exclude quotes Off

Exclude matches Off

Exclude bibliography On