

Pemodelan Mortalita dengan Pendekatan GLMM

by Novita Chandra

Submission date: 14-Feb-2023 07:16PM (UTC-0800)

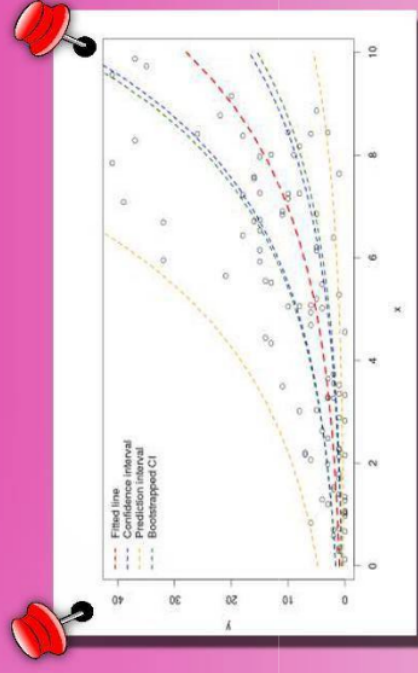
Submission ID: 2014510411

File name: Buku_Pemodelan_Mortalita_dengan_Pendekatan_GLMM.pdf (1.34M)

Word count: 12089

Character count: 48722

Pemodelan Mortalita dengan Pendekatan GLMM



Pemodelan Mortalita dengan Pendekatan GLMM

Risiko kematian sangat berpengaruh dalam menentukan besarnya premi asuransi jiwa. Setiap individu mempunyai tingkat risiko kematian yang berbeda tergantung faktor *underwriting* dan faktor *frailty*. Untuk memodelkan mortalita berdasarkan faktor *underwriting* dan faktor *frailty* dapat menggunakan *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM). Pada buku ini membahas beberapa konsep dasar dan teori mengenai GLMM. Selain itu, di buku ini disajikan proses estimasi dari GLMM dan penerapannya untuk memodelkan mortalita berdasarkan faktor *underwriting* dan *frailty*. Buku ini sangat sesuai dibaca untuk kalangan mahasiswa maupun peneliti yang ingin mempelajari GLMM. Buku ini merupakan luaran dari hibah Penelitian Dosen Pemula Kememristekdikti tahun 2018.



Penerbit Pustaka Ilang
Jalan Airlangga 03 Sukodadi
Lamongan, Jawa Timur

Siti Alfiatur Rohmaniah
Novita Eka Chandra



Pemodelan Mortalita dengan Pendekatan GLMM

**Siti Alfiatur Rohmaniah
Novita Eka Chandra**

6
DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	ii
DAFTAR ISI	iii
KATA PENGANTAR	vi
Bagian 1 Pendahuluan	1
Bagian 2 <i>Generalized Linear Models</i> (GLM)	3
Bagian 3 <i>Generalized Linear Mixed Models</i> (GLMM).....	7
Bagian 4 Estimasi Parameter dalam GLMM.....	10
Bagian 5 Pemodelan Mortalita Menggunakan GLMM.....	16
Bagian 6 Metode untuk Menentukan Harga Premi	17
Bagian 7 Penerapan dan Studi Kasus	20
7.1 Data Health and Retirement Study (HRS)	20
7.2 Ilustrasi Model	20
7.3 Estimasi Parameter	21
7.4 Pemodelan Mortalita	25
7.5 Menentukan Harga Premi	30
DAFTAR PUSTAKA	39
LAMPIRAN	41

11 KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur kami panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayahNya sehingga penulisan buku ajar *Pemodelan Mortalita dengan Pendekatan GLMM (Generalized Linear Mixed Models)* ini dapat diselesaikan dengan baik.

Penulisan buku ajar ini dimaksudkan untuk melengkapi diktat-diktat yang telah ada terutama untuk membantu mahasiswa FMIPA Unisda maupun pembaca pada umumnya dalam memahami pemodelan mortalita menggunakan GLMM baik dari segi konsep maupun praktisnya. Latar belakang pemodelan mortalita dijelaskan pada bagian pendahuluan. Pada bagian kedua dipaparkan mengenai Generalized Linear Models (GLM) secara teoritis. Selanjutnya GLM diperluas menjadi GLMM yang dibahas pada bagian ketiga. Pada bagian empat penulis menjelaskan proses estimasi GLMM. Selanjutnya GLMM digunakan untuk memodelkan mortalita. Pada bagian terakhir penulis memberikan studi kasus dari pemodelan mortalita dengan pendekatan GLMM pada data *Health and Retirement Study (HRS)* untuk menentukan harga premi dengan memperhatikan faktor *underwriting* dan *frailty*.

Dalam kesempatan ini, penulis menyampaikan rasa terima kasih yang tulus dan mendalam kepada Kemenristekdikti yang telah memberikan kesempatan kepada penulis dalam penyusunan bahan ajar ini. Ucapan terima kasih yang tiada terkira juga penulis sampaikan kepada pihak-pihak lain yang telah membantu dalam penyusunan yang tidak dapat penulis buku ajar ini.

Penulis menyadari bahwa penulisan dalam buku ajar ini masing sangat jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, kritik dan saran sangatlah penulis harapkan demi penyempurnaan dan perbaikan di masa mendatang.

Akhir kata, semoga adanya buku ajar ini dapat bermanfaat bagi para pembaca.

Lamongan, November 2018

Penulis

Bagian 1

Pendahuluan

1 Setiap individu mempunyai tingkat risiko kematian yang berbeda. Risiko kematian ini sangat berpengaruh terhadap beberapa jenis asuransi, diantaranya asuransi jiwa dan asuransi kesehatan. Faktor-faktor yang mempengaruhi risiko kematian diantaranya usia, pekerjaan, merokok, obesitas, riwayat kesehatan diantaranya riwayat penyakit jantung, diabetes, stroke, kolesterol, kanker dan lain-lain. Faktor-faktor ini disebut faktor *underwriting* yang seharusnya berpengaruh dalam menentukan harga premi asuransi (Su dan Sherris, 2012). Pada kenyataannya, perusahaan asuransi di Indonesia menawarkan harga premi yang sama untuk individu dengan usia yang sama, tanpa melihat faktor *underwriting* maupun faktor *frailty*.

Vaupel et al. (1979) memperkenalkan konsep *frailty* yaitu kerentanan seseorang dalam mengalami risiko kematian. Faktor *frailty* tidak dapat diamati, karena faktor tersebut merupakan faktor risiko akibat faktor *underwriting* yang diderita sehingga setiap individu mempunyai nilai *frailty* yang berbeda. Akibatnya, jika perusahaan asuransi menawarkan harga premi rendah, individu yang mempunyai risiko kematian tinggi (status kesehatan buruk) akan berbondong-bondong membeli asuransi, dan sebaliknya. Hal ini mengakibatkan kerugian apabila perusahaan asuransi di Indonesia tidak mampu mengcover pembayaran klaim. Fenomena ini dalam istilah asing disebut *adverse selection*. Sehingga, harga premi pada individu dengan usia sama seharusnya berbeda tergantung faktor *underwriting* dan faktor *frailty*.

3 Faktor *underwriting* dan faktor *frailty* antar individu dapat digabungkan dengan menerapkan model *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM) sehingga diperoleh model mortalita. Faktor risiko bisa digunakan sebagai faktor *underwriting* jika obyektif dan mudah diukur. Sehingga dalam buku ajar ini, faktor risiko yang digunakan terbatas pada usia, jenis kelamin, status merokok, status peminum alkohol, dan riwayat kesehatan meliputi kolesterol, jantung, stroke dan diabetes. Model mortalita yang diperoleh berkaitan dengan tingkat

harapan hidup seseorang, sehingga nilainya berpengaruh dan dapat digunakan dalam menentukan harga premi asuransi jiwa.

2 Bagian 2

Generalized Linear Models (GLM)

Generalized Linear Models (GLM) adalah model yang digunakan untuk mengukur hubungan antara variabel respon dengan satu atau lebih variabel penjelas. Terdapat tiga komponen utama yang membentuk GLM, yaitu asumsi distribusi, komponen sistematis, dan fungsi penghubung (*link function*). Variabel respon dalam GLM tidak harus bertipe kontinu dan berdistribusi normal seperti yang menjadi syarat pada analisis regresi, namun dapat dipilih dari keluarga eksponensial dengan tipe kategorik seperti binomial atau cacah.

Secara umum variabel random respon Y_1, \dots, Y_m dengan $E(Y_i) = \mu_i$ diasumsikan mempunyai fungsi densitas dari keluarga eksponensial. Beberapa distribusi yang termasuk kedalam keluarga eksponensial adalah distribusi gaussian (normal), bernoulli, poisson, gamma, dan inverse gaussian. Komponen sistematis dalam GLM berbentuk prediktor linear. Prediktor linear menghubungkan dan memberi spesifikasi pengaruh variabel penjelas X_i ke mean dari respon Y_i dalam bentuk $\eta_i = X_i\beta$ yang merupakan kombinasi linear antara koefisien regresi dengan kovariat.

Fungsi penghubung monoton g sedemikian sehingga

$$g(\mu_i) = X_i\beta$$

merupakan fungsi yang menghubungkan mean respon $\mu_i = E(Y_i | X_i)$ dengan kovariat $X_i\beta$. Dimana X_i adalah matriks ($n_i \times p$) yang menunjukkan nilai kovariat dan β adalah matriks ($p \times 1$) menunjukkan vektor parameter. Misalkan Y_1, \dots, Y_m adalah variabel random independen, suatu fungsi penghubung disebut fungsi penghubung kanonik apabila $g(\mu_i) = \theta$ dengan θ adalah parameter kanonik dalam

$$f(y_i) = \exp\left(\frac{y_i\theta_i - \psi(\theta_i)}{\phi} + c(y_i, \phi)\right)$$

dengan $\psi(\cdot)$ dan $c(\cdot)$ merupakan fungsi yang diketahui, ϕ adalah parameter skala, dan $f(y)$ merupakan fungsi probabilitas variabel random Y yang termasuk dalam keluarga eksponensial.

Tabel 2.1 Fungsi Penghubung pada GLM.

Fungsi Penghubung	Bentuk $g(\mu)$
Identitas	μ
Logit	$\log \frac{\mu}{1-\mu}$
Probit	$\Phi^{-1}(\mu)$, dengan Φ adalah distribusi kumulatif normal standar
Power	$\begin{cases} \mu^\lambda, & \text{jika } \lambda \neq 0 \\ \log(\mu), & \text{jika } \lambda = 0 \end{cases}$
Log	$\log \mu$
Complementary log-log	$\log(-\log(1-\mu))$
Possibility log-log	$-\log(-\log(\mu))$

Rata-rata Y adalah:

$$\begin{aligned} \log(f(y_i)) &= \log \left\{ \exp \left(\frac{y_i \theta_i - \psi(\theta_i)}{\phi} + c(y_i, \phi) \right) \right\} \\ \Leftrightarrow \log(f(y_i)) &= \frac{y_i \theta_i - \psi(\theta_i)}{\phi} + c(y_i, \phi) \\ \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_i)) &= \frac{\partial \left[\frac{y_i \theta_i - \psi(\theta_i)}{\phi} + c(y_i, \phi) \right]}{\partial \theta} \\ \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_i)) &= \frac{y_i - \psi'(\theta_i)}{\phi} \\ \Leftrightarrow E \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_i)) \right] &= E \left[\frac{y_i - \psi'(\theta_i)}{\phi} \right] \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 0 = \frac{E[y_i] - \psi'(\theta_i)}{\phi}$$

$$\Leftrightarrow E[y_i] = \mu_i = \psi'(\theta_i)$$

dan

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \log(f(y_i)) = \frac{-\psi''(\theta_i)}{\phi}$$

sehingga

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} f(y_i) = \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_i)) \right]^2 f(y_i) + \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \log(f(y_i)) \right] f(y_i)$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} f(y_i) dy = \int \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_i)) \right]^2 f(y_i) dy + \int \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \log(f(y_i)) \right] f(y_i) dy$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \int f(y_i) dy = E \left[\frac{y_i - \psi'(\theta_i)}{\phi} \right]^2 + E \left[\frac{-\psi''(\theta_i)}{\phi} \right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} 1 = \frac{E[y_i - \mu_i]^2}{\phi^2} - \frac{\psi''(\theta_i)}{\phi}$$

$$\Leftrightarrow 0 = \frac{E[y_i - \mu_i]^2}{\phi^2} - \frac{\psi''(\theta_i)}{\phi}$$

$$\Leftrightarrow E[y_i - \mu_i]^2 = \phi \psi''(\theta_i)$$

Jadi variansi dari Y adalah:

$$\text{Var}[Y] = \phi \psi''(\theta_i) = \phi V(\mu_i)$$

Tabel 2.2 Distribusi Keluarga Eksponensial dan Parameternya.

Distribusi	$\theta(\mu)$	$\psi(\theta)$	ϕ
Normal $N(\mu, \sigma^2)$	μ	$\frac{\theta^2}{2}$	σ^2
Bernoulli $B(1, \pi)$	$\log\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right)$	$\log(1 + \exp(\theta))$	1
Poisson $P(\lambda)$	$\log \lambda$	$\exp(\theta)$	1

Gamma $G(\mu, v)$	$-\frac{1}{\mu}$	$-\log(-\theta)$	v^{-1}
Inverse Gaussian $IG(\mu, \sigma^2)$	$\frac{1}{\mu^2}$	$-(-2\theta)^{\frac{1}{2}}$	σ^2

Tabel 2.3 Mean dan Variansi Distribusi Keluarga Eksponensial.

Distribusi	$E(Y) = \psi'(\theta)$	$Var(Y) = \phi\psi''(\theta)$
Normal $N(\mu, \sigma^2)$	$\mu = \theta$	σ^2
Bernoulli $B(1, \pi)$	$\pi = \frac{\exp(\theta)}{1 + \exp(\theta)}$	$\pi(1 - \pi)$
Poisson $P(\lambda)$	$\lambda = \exp(\theta)$	λ
Gamma $G(\mu, v)$	$\mu = -\frac{1}{\theta}$	$\mu^2 v^{-1}$
Inverse Gaussian $IG(\mu, \sigma^2)$	$\mu = (-2\theta)^{\frac{1}{2}}$	$\mu^3 \sigma^2$

Bagian 3

Generalized Linear Mixed Models (GLMM)

Generalized linear mixed models (GLMM) merupakan perluasan dari Generalized linear models (GLM). Seperti halnya GLM, dalam membentuk GLMM dibutuhkan tiga komponen utama, yaitu asumsi distribusi, komponen sistematis, dan fungsi penghubung (*link function*). Misalkan terdapat data longitudinal yang terdiri dari $i = 1, \dots, m$ individu, dimana setiap individu masing-masing memiliki pengamatan berulang $j = 1, \dots, n_i$, sehingga $Y_i = [Y_{i1}, \dots, Y_{in_i}]$.

Banyaknya observasi adalah $N = \sum_{i=1}^m n_i$.

Banyak pengamatan menghasilkan respon yang tidak saling independen. Misalnya pada data longitudinal, pengamatan dilakukan berulang-ulang dari waktu ke waktu. Akibatnya sering terjadi ketergantungan atau korelasi antar pengamatan sehingga GLMM mengembangkan GLM dengan menambah efek random. Fungsi penghubung dalam GLMM adalah:

$$g(\mu_{ij}) = X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i$$

Komponen sistematis atau prediktor linear GLMM yaitu:

$$\eta_{ij} = X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i$$

Dengan:

- β adalah $(p \times 1)$ vektor efek tetap.
- X_{ij} adalah matriks $(n_{ij} \times p)$ yang menunjukkan matriks kovariat.
- Z_{ij} adalah $(n_{ij} \times q)$ matriks kovariat untuk efek random.
- b_i adalah $(q \times 1)$ vektor efek random untuk individu i yang diasumsikan berdistribusi Normal dengan mean nol dan $Var(b_i) = \sigma_b^2$.

Korelasi antara observasi pada individu yang sama akan muncul karena mempunyai efek random b_i yang sama. Vektor b_i merupakan efek random untuk

individu i . $Y_i = [Y_{i1}, \dots, Y_{in_i}]$ diasumsikan independen dengan fungsi densitas dari

keluarga eksponensial

$$f(y_{ij}) = \exp\left(\frac{y_{ij}\theta_{ij} - \psi(\theta_{ij})}{\phi} + c(y_{ij}, \phi)\right)$$

Rata-rata dan variansi Y adalah:

$$\log(f(y_{ij})) = \log\left\{\exp\left(\frac{y_{ij}\theta_{ij} - \psi(\theta_{ij})}{\phi} + c(y_{ij}, \phi)\right)\right\}$$

$$\Leftrightarrow \log(f(y_{ij})) = \frac{y_{ij}\theta_{ij} - \psi(\theta_{ij})}{\phi} + c(y_{ij}, \phi)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_{ij})) = \frac{\partial \left[\frac{y_{ij}\theta_{ij} - \psi(\theta_{ij})}{\phi} + c(y_{ij}, \phi) \right]}{\partial \theta}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_{ij})) = \frac{y_{ij} - \psi'(\theta_{ij})}{\phi}$$

$$\Leftrightarrow E\left[\frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_{ij}))\right] = E\left[\frac{y_{ij} - \psi'(\theta_{ij})}{\phi}\right]$$

$$\Leftrightarrow 0 = \frac{E[y_{ij}] - \psi'(\theta_{ij})}{\phi}$$

$$\Leftrightarrow E[y_{ij}] = \psi'(\theta_{ij})$$

Jadi rata-rata dari Y adalah:

$$\mu_{ij} = E[Y_{ij}] = \psi'(\theta_{ij})$$

dan

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \log(f(y_{ij})) = \frac{-\psi''(\theta_{ij})}{\phi}$$

sehingga

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} f(y_{ij}) = \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_{ij}))\right]^2 f(y_{ij}) + \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \log(f(y_{ij}))\right] f(y_{ij})$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow \int \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} f(y_{ij}) dy &= \int \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \log(f(y_{ij})) \right]^2 f(y_{ij}) dy + \\
&\int \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \log(f(y_{ij})) \right] f(y_{ij}) dy \\
\Leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \int f(y_{ij}) dy &= E \left[\frac{y_{ij} - \psi'(\theta_{ij})}{\phi} \right]^2 + E \left[\frac{-\psi''(\theta_{ij})}{\phi} \right] \\
\Leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} 1 &= \frac{E[y_{ij} - \mu_{ij}]^2}{\phi^2} - \frac{\psi''(\theta_{ij})}{\phi} \\
\Leftrightarrow 0 &= \frac{E[y_{ij} - \mu_{ij}]^2 - \phi \psi''(\theta_{ij})}{\phi^2} \\
\Leftrightarrow E[y_{ij} - \mu_{ij}]^2 &= \phi \psi''(\theta_{ij})
\end{aligned}$$

Jadi variansi dari Y adalah:

$$Var[Y_{ij}] = \phi \psi''(\theta_{ij})$$

Untuk keluarga eksponensial

$$\psi''(\theta_{ij}) = \frac{\partial \psi'(\theta_{ij})}{\partial \theta} = \frac{\partial \mu}{\partial \theta} = V(\mu_{ij})$$

Jadi

$$Var[Y_{ij}] = \phi V(\mu_{ij})$$

Dengan $\psi(\cdot)$ dan $c(\cdot)$ adalah fungsi yang diketahui, θ adalah parameter normal dan ϕ merupakan parameter skala, dan $V(\cdot)$ disebut fungsi variansi yang menunjukkan hubungan antara rata-rata dan variansi dari Y . GLMM mengasumsikan bahwa efek random $b_i (i=1,2,\dots,m)$ saling independen dan berdistribusi identik.

Bagian 4

Estimasi Parameter dalam GLMM

Estimasi parameter dalam *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM) dapat dilakukan dengan berbagai metode, dalam penelitian ini akan digunakan metode maksimum *likelihood* untuk estimasi parameter β . Bentuk umum *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM) adalah:

$$Y_{ij} = X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i + \varepsilon_{ij}$$

dengan:

- Y_{ij} adalah ($n_{ij} \times 1$) vektor kolom dari variabel respon.
- X_{ij} adalah matriks ($n_{ij} \times p$) yang menunjukkan matriks kovariat.
- β adalah ($p \times 1$) vektor efek tetap.
- Z_{ij} adalah matriks ($n_{ij} \times q$) yang menunjukkan matriks kovariat untuk efek random.
- b_i adalah ($q \times 1$) vektor efek random.
- ε_{ij} adalah ($n_{ij} \times 1$) vektor kolom dari error.

Generalized Linear Mixed Models mempunyai asumsi:

$$E(b_i) = 0$$

$$E(\varepsilon_{ij}) = 0$$

$$\text{Var}(b_i) = E(b_i b_i^T) = D$$

$$\text{Var}(\varepsilon_{ij}) = E(\varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}^T) = R$$

dimana b_i dan ε_{ij} *independently distributed*, sedangkan D dan R adalah matriks varians kovarians. Karena b_i dan ε_{ij} saling independen, maka $\text{corr}(b_i, \varepsilon_{ij}) = 0$, sehingga $\text{cov}(b_i, \varepsilon_{ij}) = E(b_i \varepsilon_{ij}^T) = E(\varepsilon_{ij} b_i^T) = 0$. Mean dan kovarian Y_{ij} adalah:

$$\begin{aligned} E(Y_{ij}) &= E(X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i + \varepsilon_{ij}) \\ &= E(X_{ij}\beta) + E(Z_{ij}b_i) + E(\varepsilon_{ij}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= X_{ij}\beta + Z_{ij}E(b_i) \\
&= X_{ij}\beta \\
\text{cov}(Y_{ij}) &= \text{cov}(X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i + \varepsilon_{ij}) \\
&= \text{cov}(Z_{ij}b_i + \varepsilon_{ij}) \\
&= \text{cov}(Z_{ij}b_i) + \text{cov}(\varepsilon_{ij}) + \text{cov}(Z_{ij}b_i, \varepsilon_{ij}) + \text{cov}(\varepsilon_{ij}, Z_{ij}b_i) \\
&= Z_{ij}\text{cov}(b_i)Z_{ij}^T + \text{cov}(\varepsilon_{ij}) + Z_{ij}\text{cov}(b_i, \varepsilon_{ij}) + \text{cov}(\varepsilon_{ij}, b_i)Z_{ij}^T \\
&= Z_{ij}DZ_{ij}^T + R
\end{aligned}$$

2 Untuk mengestimasi parameter dalam GLMM menggunakan maksimum likelihood diasumsikan bahwa:

1. Y_{ij} mengikuti distribusi dari keluarga eksponensial dengan densitas $f(y_{ij})$
2. Y_{ij} independen satu sama lain dengan diberikannya b_i .
3. b_i adalah independen dan berdistribusi identik Gaussian dengan mean nol dan $\text{Var}(b_i) = \sigma_b^2 = D$.

Misalkan $g(\mu_{ij}) = X_{ij}^T\beta + Z_{ij}^T b_i$,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \mu_{ij}} &= \left(\frac{\partial \mu_{ij}}{\partial \theta_{ij}} \right)^{-1} = \left(\frac{\partial \left(\frac{\partial \psi(\theta_{ij})}{\partial \theta_{ij}} \right)}{\partial \theta_{ij}} \right)^{-1} = \left(\frac{\partial^2 \psi(\theta_{ij})}{\partial \theta_{ij}^2} \right)^{-1} = \frac{1}{V(\mu_{ij})} \\
\frac{\partial \mu_{ij}}{\partial \beta} &= \frac{\partial \mu_{ij}}{\partial g(\mu_{ij})} \frac{\partial g(\mu_{ij})}{\partial \beta} \\
&= \left(\frac{\partial g(\mu_{ij})}{\partial \mu_{ij}} \right)^{-1} \frac{\partial X_{ij}^T \beta + Z_{ij}^T b_i}{\partial \beta} \\
&= \left(\frac{\partial g(\mu_{ij})}{\partial \mu_{ij}} \right)^{-1} X_{ij}^T
\end{aligned}$$

2 Fungsi likelihood untuk mengestimasi parameter β adalah:

$$L(\beta) \propto \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} f(y_{ij})$$

$$= \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} \exp\left(\frac{y_{ij}\theta_{ij} - \psi(\theta_{ij})}{\phi} + c(y_{ij}, \phi)\right)$$

Kemudian fungsi log *likelihood*-nya adalah:

$$l(\beta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \frac{y_{ij}\theta_{ij} - \psi(\theta_{ij})}{\phi} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} c(y_{ij}, \phi)$$

Turunan pertama fungsi log *likelihood* $l(\beta)$ adalah:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta} &= \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \left[y_{ij} \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \beta} - \frac{\partial \psi(\theta_{ij})}{\partial \theta_{ij}} \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \beta} \right] \\ &= \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \beta} \left(y_{ij} - \frac{\partial \psi(\theta_{ij})}{\partial \theta_{ij}} \right) \\ &= \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \mu_{ij}) \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \beta} \\ &= \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \mu_{ij}) \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial \mu_{ij}} \frac{\partial \mu_{ij}}{\partial \beta} \\ &= \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \mu_{ij}) \frac{1}{V(\mu_{ij})} \left(\frac{\partial g(\mu_{ij})}{\partial \mu_{ij}} \right)^{-1} X_{ij}^T \\ &= \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(y_{ij} - \mu_{ij})}{V(\mu_{ij}) g_{\mu}(\mu_{ij})} X_{ij}^T \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(y_{ij} - \mu_{ij})}{g_{\mu}(\mu_{ij})} \frac{1}{\phi V(\mu_{ij})} X_{ij}^T \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(y_{ij} - \mu_{ij})}{g_{\mu}(\mu_{ij})} (\text{var}(Y_{ij}))^{-1} X_{ij}^T \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(y_{ij} - \mu_{ij})}{g_{\mu}(\mu_{ij})} (Z_{ij} D Z_{ij}^T + R)^{-1} X_{ij}^T \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \mu_{ij}) \Delta^{-1} (Z_{ij} D Z_{ij}^T + R)^{-1} X_{ij}^T \end{aligned}$$

dengan $\Delta = g_{\mu}(\mu_i)$.

Persamaan di atas dapat dinotasikan menggunakan matriks, yaitu:

$$\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta} = X^T (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} (Y - \mu)$$

Estimasi maksimum *likelihood* dari β diperoleh dengan menentukan pembuat nol dari derivatif parsial persamaan terhadap β , yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta} &= 0 \\ \Leftrightarrow X^T (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} (Y - \mu) &= 0 \\ \Leftrightarrow X^T (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} Y &= X^T (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} \mu \end{aligned}$$

Persamaan di atas merupakan fungsi non linear sehingga tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga dapat digunakan suatu metode numerik misalnya Newton-Raphson.

Turunan kedua fungsi log *likelihood* $l(\beta)$ adalah:

$$\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta \partial \beta^T} = -X^T (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} \frac{\partial \mu}{\partial \beta^T} + X^T \frac{\partial (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} (Y - \mu)}{\partial \beta^T}$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} E \left[\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta \partial \beta^T} \right] &= -X^T (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} \frac{\partial \mu}{\partial \beta^T} + 0 \\ &= -X^T (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} \left(\frac{\partial g(\mu_i)}{\partial \mu_i} \right) X \\ &= -X^T (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} \Delta X \\ &= -X^T (ZDZ^T + R)^{-1} X \end{aligned}$$

Estimasi dapat diselesaikan secara numerik menggunakan *Scoring Algorithm* dimana iterasi ke- $m+1$ yaitu $\hat{\beta}^{(m+1)}$, secara iteratif menggunakan formula sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^{(m+1)} = \hat{\beta}^{(m)} - \left(E \left(H \left(\hat{\beta}^{(m)} \right) \right) \right)^{-1} s \left(\hat{\beta}^{(m)} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \hat{\beta}^{(m)} - \left(E \left(\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta \partial \beta^T} \right) \right)^{-1} \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta} \Big|_{\hat{\beta}=\hat{\beta}^{(m)}} \\
&= \hat{\beta}^{(m)} + \left(X^T (ZDZ^T + R)^{-1} X \right)^{-1} X^T (ZDZ^T + R)^{-1} \Delta^{-1} (Y - \mu) \quad (3.2.17)
\end{aligned}$$

1 Jika $\hat{\beta}^{(m+1)} \approx \hat{\beta}^{(m)}$ (misalkan $\|\hat{\beta}^{(m+1)} - \hat{\beta}^{(m)}\| < \varepsilon$, dengan ε adalah suatu bilangan positif yang sangat kecil sekali dan mendekati nol) maka proses iterasi berhenti dan kemudian diambil $\hat{\beta}^{(m+1)}$ sebagai estimasi dari β . Apabila diperoleh turunan kedua dari fungsi log *likelihood* $l(\beta)$ bukan matriks invertibel maka estimasi parameter dapat dilakukan menggunakan metode lain, diantaranya metode *markov chain monte carlo*, metode *best linear unbiased prediction* (BLUP), dan lain sebagainya.

2 Nilai efek random b_i pada GLMM tidak dapat diestimasi namun dapat diprediksi karena b_i bukan parameter. 3 Efek random b_i adalah independen dan berdistribusi identik Gaussian dengan mean nol dan $Var(b_i) = \sigma_b^2 = D$. Untuk mencari prediksi b_i digunakan ekspektasi bersyarat dari efek random b_i , diberikan variabel dependen Y_{ij} yaitu:

$$\begin{aligned}
\hat{b}_i &= E(b_i | Y_{ij}) \\
&= E(b_i) + \text{cov}(b_i, Y_{ij}) (\text{cov}(Y_{ij}))^{-1} (Y_{ij} - E(Y_{ij}))
\end{aligned}$$

Kovarian b_i dengan Y_{ij} adalah:

$$\begin{aligned}
\text{cov}(b_i, Y_{ij}) &= \text{cov}(b_i, X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i + \varepsilon_{ij}) \\
&= \text{cov}(b_i, Z_{ij}b_i + \varepsilon_{ij}) \\
&= \text{cov}(b_i, Z_{ij}b_i) + \text{cov}(b_i, \varepsilon_{ij}) \\
&= \text{cov}(b_i) Z_{ij}^T + 0 \\
&= DZ_{ij}^T
\end{aligned}$$

Sehingga $\hat{b}_i = E(b_i) + \text{cov}(b_i, Y_{ij}) (\text{cov}(Y_{ij}))^{-1} (Y_{ij} - E(Y_{ij}))$

$$\begin{aligned} &= 0 + DZ_{ij}^T (Z_{ij} DZ_{ij}^T + R)^{-1} (Y_{ij} - X_{ij} \beta) \\ &= DZ_{ij}^T (Z_{ij} DZ_{ij}^T + R)^{-1} (Y_{ij} - X_{ij} \beta) \end{aligned}$$

Bagian 5

Pemodelan Mortalita Menggunakan GLMM

Model mortalita (q_{it}) adalah probabilitas seorang i meninggal pada usia t . *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM) dipilih untuk memodelkan dan memproyeksikan q_{it} karena sesuai dengan data longitudinal yaitu dengan memasukkan waktu yang bervariasi dari faktor *underwriting* dan *frailty*. Karena dalam GLMM responnya biner dan berdistribusi binomial maka fungsi logit digunakan sebagai *link function* untuk menghubungkan q_{it} ke prediktor linear ($X_{it}\beta + Z_{it}b_i$) untuk GLMM.

Didefinisikan $E(Y_{it} | X_{it})$ ekuivalen dengan kondisi probabilitas individu i meninggal dalam usia t dimana individu hidup pada awal periode dengan karakteristik X_{it} , seperti:

$$q_{it} = \Pr[T_i = t | T_i \geq t, X_{it}]$$

dimana T_i adalah variabel random diskrit dengan waktu kematian individu i tidak tersensor, dan X_{it} adalah vektor observasi kovariat (faktor *underwriting*) untuk individu i pada usia t . Asumsi untuk GLMM adalah random efek $b = [b_1, \dots, b_m]$ saling independen dan berdistribusi identik. Dengan menggunakan fungsi penghubung logit, maka diperoleh model:

$$q_{it} = \frac{\exp(X_{it}\beta + b_i)}{1 + \exp(X_{it}\beta + b_i)}$$

dimana faktor *frailty* $b = [b_1, \dots, b_m]$ memenuhi asumsi saling independen dan berdistribusi identik dengan $b_i \sim N(0, \sigma_b^2)$.

Bagian 6

Metode untuk Menentukan Harga Premi

Studi kasus yang akan digunakan adalah studi longitudinal yang dilakukan setiap dua tahun sekali. Oleh karena itu, estimasi model mortalita untuk seseorang berusia t adalah:

$${}_2q_{it} = \frac{\exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i)}$$

Karena model mortalita yang diperoleh adalah untuk selang waktu dua tahun, maka digunakan tingkat diskonto untuk dua tahunan, dengan cara:

$$(1-d) = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m$$

dimana $m = \frac{1}{2}$, sehingga diperoleh:

$$(1-d) = \left(1 - \frac{d^{(\frac{1}{2})}}{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow (1-d)^2 = \left(1 - \frac{d^{(\frac{1}{2})}}{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\Leftrightarrow d^{(\frac{1}{2})} = \frac{1}{2}(1 - (1-d)^2)$$

1 Karena model mortalita yang diperoleh adalah untuk selang waktu dua tahun, maka fungsi manfaat menjadi b_{2k+2} , 5 yaitu jumlah pembayaran manfaat dimana indeks $2k+2$ menyatakan sisa usia dari nasabah dan fungsi diskonto, v_{2k+2} , 5 yaitu fungsi diskonto suku bunga yang ditetapkan untuk periode dari waktu pengembalian pembayaran sampai waktu diterbitkannya polis ketika tertanggung mempunyai sisa usia masa depan $2k$, yaitu ketika tertanggung meninggal pada tahun $2k+2$ dari asuransi.

Nilai sekarang pada saat polis diterbitkan dari pembayaran manfaat asuransi dinotasikan dengan z_{2k+2} , yaitu:

$$z_{2k+2} = b_{2k+2} v_{2k+2}$$

z_{2k+2} dihitung sejak polis diterbitkan, dimana tahun terjadinya kematian adalah $2K+2$, yang didefinisikan sebagai variabel random diskrit nilai bulat terbesar dari sisa usia masa depan. Variabel random dari nilai sekarang z_{2k+2} , dinyatakan dengan Z .

1 Asuransi jiwa berjangka dengan memberikan 1 unit pada akhir dua tahun kematian, diperoleh:

$$b_{2k+2} = \begin{cases} 1, & k = 0, 1, \dots, \frac{n}{2} - 1 \\ 0, & \text{untuklainnya} \end{cases}$$

$$v_{2k+2} = v^{2k+2},$$

$$Z = \begin{cases} v^{2K+2}, & K = 0, 1, \dots, \frac{n}{2} - 1 \\ 0, & \text{untuklainnya} \end{cases}$$

Sehingga diperoleh nilai sekarang aktuaria untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun menjadi:

$$A_{\overline{1}|n} = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2k+2} {}_{2k}P_{12} q_{t+2k},$$

Kemudian

$${}^2A_{\overline{t:n}} = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2(2k+2)} {}_2p_t {}_2q_{t+2k}$$

dan

$$\text{Var}(Z) = {}^2A_{\overline{t:n}} - \left(A_{\overline{t:n}}\right)^2$$

Sedangkan nilai sekarang aktuarial untuk anuitas jiwa berjangka n -tahun adalah:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{t:n}} &= \sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_t \\ &= 1 + v p_t + v^2 {}_2 p_t + v^3 {}_3 p_t + \dots + v^{n-1} {}_{n-1} p_t \end{aligned}$$

Karena model mortalitas yang diperoleh adalah untuk selang waktu dua tahun, maka nilai sekarang aktuarial untuk anuitas jiwa berjangka n -tahun menjadi:

$$\begin{aligned} &= 1 + v^2 {}_2 p_t + v^4 {}_4 p_t + \dots + v^{n-2} {}_{n-2} p_t \\ \ddot{a}_{\overline{t:n}}^{(m)} &= \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2k} {}_{2k} p_t, \quad m = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Diperoleh premi bersih dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun, yaitu:

$$P_{\overline{t:n}}^{(m)} = \frac{A_{\overline{t:n}}}{\ddot{a}_{\overline{t:n}}^{(m)}}, \text{ dimana } n = \text{bilangan genap.}$$

Sedangkan premi kotor (*gross premiums*) untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun, yaitu:

$$\begin{aligned} P_{\overline{t:n}}^{(m)} &= \frac{E(Z) + k\sqrt{\text{Var}(Z)}}{\ddot{a}_{\overline{t:n}}^{(m)}} \\ &= \frac{A_{\overline{t:n}} + k\sqrt{\text{Var}(Z)}}{\ddot{a}_{\overline{t:n}}^{(m)}} \end{aligned}$$

dengan $k =$ sebarang bilangan real.

Bagian 7

Penerapan dan Studi Kasus

7.1 Data *Health and Retirement Study* (HRS)

³ *Health and retirement study* (www.hrsonline.isr.umich.edu) merupakan studi longitudinal yang mensurvei penduduk Amerika yang berusia diatas 50 tahun. Studi ini oleh Institute for Social Research (ISR) setiap dua tahun sekali sejak tahun 1992 di University of Michigan dan didukung serta didanai oleh National Institute of Aging (NIA). Informasi yang dikumpulkan HRS mengenai usia, jenis kelamin, suku, pendidikan, pekerjaan, pendapatan, aset yang dimiliki, status perkawinan, riwayat kesehatan, dan lain sebagainya.

¹ Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penduduk Amerika yang berjenis kelamin laki-laki dan berusia 51 - 74 dari tahun 2000 sampai 2010. Data diambil sebanyak 106 individu setiap dua tahun sekali selama 6 kali yaitu tahun 2000, 2002, 2004, 2006, 2008 dan 2010. Data tersebut mengenai usia, status merokok, status peminum alkohol, dan riwayat kesehatan meliputi kolesterol, jantung, stroke dan diabetes.

² 7.2 Ilustrasi Model

Ilustrasi model mortalita dengan pengaruh *frailty* dilakukan dengan menggunakan *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM). ¹ Usia, status merokok, status peminum alkohol dan riwayat kesehatan yaitu kolesterol, jantung, stroke dan diabetes merupakan faktor-faktor *underwriting* yang digunakan sebagai variabel independen untuk model mortalita dengan pengaruh faktor *underwriting*, sedangkan sebagai variabel dependen adalah kematian. Model mortalita (q_{it}) ¹ adalah probabilitas seorang i meninggal pada usia t untuk satu tahun kedepan. ² Karena data yang digunakan adalah data dua tahunan, maka model mortalita yang diperoleh merupakan estimasi probabilitas kematian dalam selang dua tahun, dan dinotasikan dengan ${}_2q_{it}$ yaitu probabilitas seorang i meninggal pada usia t untuk dua tahun kedepan. ¹ Ilustrasi model adalah sebagai berikut:

$${}^2q_{it} = \frac{\exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(X_{it}\hat{\beta} + \hat{b}_i)}$$

$$\Leftrightarrow {}^2q_{it} = \frac{\exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 USA_{it} + \hat{\beta}_2 RKK_{it} + \hat{\beta}_3 ALK_{it} + \hat{\beta}_4 KST_{it} + \hat{\beta}_5 JTG_{it} + \hat{\beta}_6 STR_{it} + \hat{\beta}_7 DBT_{it} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 USA_{it} + \hat{\beta}_2 RKK_{it} + \hat{\beta}_3 ALK_{it} + \hat{\beta}_4 KST_{it} + \hat{\beta}_5 JTG_{it} + \hat{\beta}_6 STR_{it} + \hat{\beta}_7 DBT_{it} + \hat{b}_i)}$$

dengan:

- $i = 1, 2, \dots, 106$ adalah individu,
- t adalah usia individu pada saat dilakukan penelitian,
- USA_{it} adalah usia individu i ,
- RKK_{it} adalah status individu i sebagai perokok pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- ALK_{it} adalah status individu i sebagai peminum alkohol pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- KST_{it} adalah status individu i menderita kolesterol pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- JTG_{it} adalah status individu i menderita jantung pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- STR_{it} adalah status individu i menderita stroke pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$),
- DBT_{it} adalah status individu i menderita diabetes pada usia t ($iya = 1$ atau $tidak = 0$).

7.3 Estimasi Parameter

Estimasi parameter β pada GLMM dilakukan dengan metode maksimum likelihood. Data mengenai usia, status merokok, status peminum alkohol dan riwayat kesehatan yaitu kolesterol, jantung, stroke dan diabetes merupakan faktor-faktor *underwriting* yang digunakan sebagai variabel independen (X), sedangkan sebagai variabel dependen (Y) adalah kematian. Estimasi awal dari β dapat

diperoleh dengan menggunakan metode estimasi kuadrat terkecil (OLS) yakni dengan meregresikan logit variabel dependen Y terhadap variabel-variabel independen X sehingga diperoleh nilai awal β mendekati nilai Y. Jika $\hat{\beta}^{(m+1)} \approx \hat{\beta}^{(m)}$ (misalkan $\|\hat{\beta}^{(m+1)} - \hat{\beta}^{(m)}\| < \varepsilon$, dengan ε adalah suatu bilangan positif yang sangat kecil sekali mendekati nol) dimana iterasi ke- $m+1$ yaitu $\hat{\beta}^{(m+1)}$ dan iterasi ke- m yaitu $\hat{\beta}^{(m)}$, maka proses iterasi berhenti dan kemudian diambil $\hat{\beta}^{(m+1)}$ sebagai estimasi dari β . Estimasi parameter dilakukan menggunakan software R dimana perintah `glmer` pada library `lme4` digunakan untuk model dengan pengaruh *frailty*.

Tabel 7.1 Output Model

```

      AIC   BIC logLik deviance
390.4 427.9 -186.2   372.4
Random effects:
Groups Name      Variance Std.Dev.
ID      (Intercept) 1.0022e-14 1.0011e-07
Number of obs: 474, groups: ID, 106

Fixed effects:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -12.66129    2.32502  -5.446 5.16e-08 ***
USA          0.14462    0.03271   4.421 9.80e-06 ***
RKK3ya      0.07930    0.42060   0.189 0.85045
ALK3ya      0.74719    0.28669   2.606 0.00915 **
KST3ya      0.37704    0.37639   1.002 0.31647
JTG3ya      0.68353    0.30550   2.237 0.02526 *
STR3ya      0.09047    0.34786   0.260 0.79481
DBT3ya      0.69992    0.34399   2.035 0.04188 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Pemilihan variabel independen terbaik yang secara statistik mempengaruhi variabel dependen dilakukan dengan metode eliminasi mundur (*backward*), dimana hipotesis:

$$H_0 = \beta_i = 0$$

$$H_1 = \beta_i \neq 0$$

Tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$ dan daerah kritis H_0 ditolak jika $p\text{-value} < \alpha$. Berdasarkan Tabel 7.1 diperoleh RKK (status individu sebagai perokok) mempunyai nilai $p\text{-value}$ terbesar yaitu 0.85045 dan lebih dari α . Artinya RKK

(status individu sebagai perokok) tidak berpengaruh terhadap model, untuk itu akan dilakukan pemilihan model terbaik dengan metode eliminasi mundur (*backward*) dengan membuang variabel yang tidak signifikan dan mempunyai *p-value* terbesar yaitu RKK. Besarnya AIC untuk model tersebut adalah 390.4. Langkah dilanjutkan sampai diperoleh model dengan variabel independen terbaik.

Tabel 7.2 Output Model dengan Variabel Independen Terbaik

```

      AIC   BIC logLik deviance
385.6 410.5 -186.8   373.6
Random effects:
Groups Name      Variance  Std.Dev.
ID      (Intercept) 6.1897e-10 2.4879e-05
Number of obs: 474, groups: ID, 106

Fixed effects:
      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -12.34988    2.29204  -5.388 7.12e-08 ***
USA          0.14306    0.03209   4.459 8.25e-06 ***
ALK3ya      0.73190    0.28250   2.591 0.00958 **
JTG3ya      0.66982    0.30263   2.213 0.02687 *
DBT3ya      0.70339    0.34249   2.054 0.04000 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Berdasarkan Tabel 7.2 diperoleh semua nilai *p-value* kurang dari kriteria α , sehingga variabel prediktor tersebut merupakan variabel independen terbaik. Artinya variabel USA (usia individu), ALK (status individu meminum alkohol), JTG (status individu menderita jantung), dan DBT (status individu menderita diabetes) berpengaruh terhadap model. Pemilihan variabel terbaik secara statistik juga dapat dilakukan dengan metode kriteria informasi, salah satunya adalah *Akaike Information Criterion* (AIC). Model di atas mempunyai nilai AIC paling minimal dibandingkan dengan model-model sebelumnya yaitu sebesar 385.6, sehingga model tersebut merupakan model terbaik untuk model mortalita dengan faktor *underwriting* dan *frailty*.

Efek random (*frailty*) dapat diperoleh menggunakan perintah *ranef* pada *library lme4*, dalam penelitian ini diperoleh nilai *frailty* sebagai berikut:

Tabel 7.3 Nilai *Frailty* untuk Id 1 sampai 106

² id	<i>Frailty</i>	id	<i>frailty</i>	id	<i>frailty</i>
1	-2.991058e-10	37	4.202165e-10	73	-2.889901e-10
2	-1.718750e-10	38	-3.248612e-10	74	4.570832e-10
3	5.571770e-10	39	4.202165e-10	75	4.656010e-10
4	-1.966275e-10	40	-5.650383e-10	76	1.403062e-11
5	-2.996147e-10	41	1.526240e-10	77	3.381688e-10
6	3.758272e-10 ³	42	-3.428695e-10	78	-6.039905e-10
7	4.674630e-10	43	-5.771279e-10	79	-1.009538e-10
8	-3.458163e-10	44	3.952500e-10	80	4.656010e-10
9	-3.767270e-10	45	-5.368779e-10	81	-6.301681e-10
10	-2.619193e-10	46	4.404020e-11	82	1.864343e-10
11	-2.983433e-10	47	-7.315495e-10	83	2.980429e-10 ²
12	-3.639254e-10	48	-5.163463e-10	84	3.381688e-10
13	5.129357e-10	49	5.000377e-10	85	-5.355651e-10
14	5.655495e-10	50	-5.055583e-12	86	3.060276e-10
15	-2.130916e-10	51	-5.055583e-12	87	-2.444811e-11
16	-2.872767e-10	52	-6.991881e-10	88	-2.500769e-10
17	3.877286e-10	53	-9.597683e-11	89	-4.267659e-11
18	5.577478e-10	54	-1.020110e-10	90	-2.081396e-10
19	1.317463e-10	55	4.837766e-10 ³	91	2.858041e-10

20	4.817693e-10	56	2.630767e-10	92	3.060276e-10
21	4.633624e-10	57	4.550066e-11	93	4.410835e-10
22	4.656492e-10	58	4.837766e-10	94	-7.513868e-10
23	4.633624e-10	59	-4.006591e-10	95	3.436913e-10
24	5.718605e-10	60	3.679129e-10	96	3.220988e-10
25	3.365051e-10	61	-1.479036e-10	97	4.410835e-10
26	-5.140170e-10	62	4.883891e-10	98	-8.989444e-10
27	2.781984e-10	63	5.255434e-11	99	-6.635771e-10
28	-8.992676e-10	64	4.803119e-10	100	4.229620e-10
29	2.490812e-10	65	-6.161500e-10	101	5.101059e-10
30	2.388706e-10	66	-4.279989e-10	102	-2.336994e-10
31	-6.434748e-11	67	3.586878e-10	103	-8.131897e-10
32	3.224997e-10	68	1.357653e-10	104	-6.502693e-10
33	9.855298e-13	69	5.438249e-10	105	-1.062587e-09
34	-5.149661e-10	70	-6.087696e-10	106	9.359374e-11
35	2.019714e-10	71	2.439859e-10		
36	5.649377e-10	72	-5.406213e-10		

7.4 Pemodelan Mortalita

Setelah diperoleh nilai estimasi β dan b_i , pemodelan mortalita dengan faktor *underwriting* dan *frailty* dilakukan dengan menggunakan *Generalized Linear Mixed Models* (GLMM) adalah:

$${}^2q_{it} = \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70339DBT_{it} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{it} + 0.7319ALK_{it} + 0.66982JTG_{it} + 0.70339DBT_{it} + \hat{b}_i)}$$

Sebagai contoh perhitungan untuk individu $i = 1$ dengan *frailty* sebesar $-2.991058e - 10$, mempunyai resiko kematian sebagai berikut:

- Usia 51, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned} {}^2q_{i=1t=51} &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=51} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=51} + \hat{b}_i)} \\ &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306(51) - (2.991058e - 10))}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306(51) - (2.991058e - 10))} \\ &= \frac{\exp(-5.053820000299)}{1 + \exp(-5.053820000299)} \\ &= 0.006344388233 \end{aligned}$$

- ¹ Usia 53, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned} {}^2q_{i=1t=53} &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=53} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=53} + \hat{b}_i)} \\ &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306(53) - (2.991058e - 10))}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306(53) - (2.991058e - 10))} \\ &= \frac{\exp(-4.767700000299)}{1 + \exp(-4.767700000299)} \\ &= 0.008428267928 \end{aligned}$$

- Usia 55, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned}
 {}_2q_{i=1t=55} &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=55} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=55} + \hat{b}_i)} \\
 &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306(55) - (2.991058e - 10))}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306(55) - (2.991058e - 10))} \\
 &= \frac{\exp(-4.481580000299)}{1 + \exp(-4.481580000299)} \\
 &= 0.011188912133
 \end{aligned}$$

- Usia 57, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned}
 {}_2q_{i=1t=57} &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=57} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=57} + \hat{b}_i)} \\
 &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306(57) - (2.991058e - 10))}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306(57) - (2.991058e - 10))} \\
 &= \frac{\exp(-4.195460000299)}{1 + \exp(-4.195460000299)} \\
 &= 0.014840260622
 \end{aligned}$$

- Usia 59, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung tetapi menderita diabetes:

$$\begin{aligned}
 {}_2q_{i=1t=59} &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=59} + 0.70339DBT_{i=1t=59} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=59} + 0.70339DBT_{i=1t=59} + \hat{b}_i)} \\
 &= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306(59) + 0.70343 - (2.991058e - 10))}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306(59) + 0.70343 - (2.991058e - 10))}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{\exp(-3.205950000299)}{1 + \exp(-3.205950000299)}$$

$$= 0.038942426689$$

- Usia 61, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung tetapi menderita diabetes:

$${}_2q_{i=1t=61} = \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=61} + 0.70339DBT_{i=1t=61} + \hat{b}_i)}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306USA_{i=1t=61} + 0.70339DBT_{i=1t=61} + \hat{b}_i)}$$

$$= \frac{\exp(-12.34988 + 0.14306(61) + 0.70343 - (2.991058e-10))}{1 + \exp(-12.34988 + 0.14306(61) + 0.70343 - (2.991058e-10))}$$

$$= \frac{\exp(-2.919830000299)}{1 + \exp(-2.919830000299)}$$

$$= 0.051181955874$$

Probabilitas kematian beberapa individu i pada usia t untuk dua tahun kedepan model 1 dan model 2 disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 7.4 Probabilitas Kematian Beberapa Individu

Id	usia	ALK	JTG	DBT	frailty	${}_2q_{it}$
1	51	0	0	0	-2.991058e-10	0.006344388233
1	53	0	0	0	-2.991058e-10	0.008428267982
1	55	0	0	0	-2.991058e-10	0.011188912133
1	57	0	0	0	-2.991058e-10	0.014840260622
1	59	0	0	1	-2.991058e-10	0.038942426689
1	61	0	0	1	-2.991058e-10	0.051181955874

15	54	0	1	0	-2.130916e-10	0.018801834457
15	56	0	1	0	-2.130916e-10	0.024875057843
15	58	0	1	0	-2.130916e-10	0.032844340718
15	60	0	1	1	-2.130916e-10	0.083702672395
15	62	0	1	1	-2.130916e-10	0.108423150900
15	64	0	1	1	-2.130916e-10	0.139334309322
35	59	1	0	0	2.019714e-10	0.04002357775
35	61	1	0	0	2.019714e-10	0.05258431824
35	63	0	1	0	2.019714e-10	0.064931920199
35	65	0	1	0	2.019714e-10	0.084620668828
35	67	0	1	0	2.019714e-10	0.109579842481
67	61	1	1	0	3.586878e-10	0.097836327867
67	63	1	1	1	3.586878e-10	0.225833319048
67	65	1	0	1	3.586878e-10	0.165800129932
67	67	1	0	1	3.586878e-10	0.209230501209
67	69	1	0	1	3.586878e-10	0.260484862907
76	62	1	0	1	1.403062e-11	0.114571766433
76	64	1	0	1	1.403062e-11	0.146946962604
76	66	1	0	1	1.403062e-11	0.186543196015
76	68	1	0	1	1.403062e-11	0.233883700474
76	70	0	0	1	1.403062e-11	0.163516895637

76	72	0	0	1	1.403062e-11	0.206497235337
105	64	0	0	0	-1.062587e-09	0.039390625144
105	66	0	0	0	-1.062587e-09	0.051763434962
105	68	0	1	0	-1.062587e-09	0.124337619677
105	70	0	1	1	-1.062587e-09	0.276383932157
105	72	0	0	1	-1.062587e-09	0.20649723516
105	74	0	0	1	-1.062587e-09	0.257299899545

1 7.5 Menentukan Harga Premi

Karena model mortalita yang diperoleh adalah untuk selang waktu dua tahun, maka digunakan tingkat diskonto untuk dua tahunan. Tingkat diskonto tahunan adalah 8% , sehingga diperoleh:

$$(1-d) = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m$$

$$\Leftrightarrow (1-0.08) = \left(1 - \frac{d^{(\frac{1}{2})}}{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow (1-0.08)^2 = \left(1 - \frac{d^{(\frac{1}{2})}}{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\Leftrightarrow d^{(\frac{1}{2})} = \frac{1}{2}(1 - (1-0.08)^2)$$

$$\Leftrightarrow d^{(\frac{1}{2})} = 0.0768$$

Setelah diperoleh ${}_2q_{it}$ yaitu probabilitas seorang i meninggal pada usia t untuk dua tahun kedepan, selanjutnya dilakukan perhitungan untuk memperoleh nilai untuk asuransi jiwa berjangka dua tahun, yaitu:

$$A_{i:\overline{2}|} = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2k+2} {}_{2k}P_{it} {}_2q_{it+2k}, \text{ dimana } n=2; i=1,2,\dots,106; t=\text{usia}.$$

Sehingga

$$A_{i:\overline{2}|} = v^2 {}_2q_{it}$$

dan

$${}^2A_{i:\overline{2}|} = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2(2k+2)} {}_{2k}P_{it} {}_2q_{it+2k}$$

Sehingga

$${}^2A_{i:\overline{2}|} = v^4 {}_2q_{it}$$

Variansi dari asuransi jiwa berjangka dua tahun yaitu:

$$\text{Var}(Z) = {}^2A_{i:\overline{2}|} = \left(A_{i:\overline{2}|} \right)^2$$

Sedangkan nilai untuk anuitas jiwa berjangka dua tahun adalah:

$$\ddot{a}_{i:\overline{2}|}^{(m)} = \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} v^{2k} {}_{2k}P_{it}, \text{ dimana } n=2 \text{ dan } m=\frac{1}{2}$$

Sehingga $\ddot{a}_{i:\overline{2}|}^{(1/2)}=1$ untuk semua usia dan semua individu. Kemudian premi bersih dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dua tahun, yaitu:

$$P_{i:\overline{2}|}^{(m)} = \frac{A_{i:\overline{2}|}}{\ddot{a}_{i:\overline{2}|}^{(m)}}, \text{ dimana } n=2 \text{ dan } m=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow P_{i:r:\overline{2}}^{(1/2)} = \frac{A_{i:r:\overline{2}}}{\ddot{a}_{i:r:\overline{2}}^{(1/2)}}$$

$$\Leftrightarrow P_{i:r:\overline{2}}^{(1/2)} = \frac{A_{i:r:\overline{2}}}{1}$$

$$\Leftrightarrow P_{i:r:\overline{2}}^{(1/2)} = A_{i:r:\overline{2}} \quad \text{1}$$

Premi bersih dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dua tahun individu $i = 1$ adalah:

- Usia 51, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned} P_{i=1 \ 1_{51:\overline{2}}}^{(1/2)} &= A_{i=1 \ 1_{51:\overline{2}}} \\ &= v^2 {}_2q_{i=1r=51} \\ &= (1-0.08)^2 \cdot 0.006344388233 \\ &= 0.0053698902. \end{aligned}$$

- 1 Usia 53, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned} P_{i=1 \ 1_{53:\overline{2}}}^{(1/2)} &= A_{i=1 \ 1_{53:\overline{2}}} \\ &= v^2 {}_2q_{i=1r=53} \\ &= (1-0.08)^2 \cdot 0.008428267928 \\ &= 0.00713368602. \end{aligned}$$

- 1 Usia 55, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned}
P_{i=1}^{(1/2)} &= A_{i=1}^{1/55:2]} \\
&= v^2 {}_2q_{i=1}=55} \\
&= (1-0.08)^2 0.011188912133 \\
&= 0.009470295229 .
\end{aligned}$$

- Usia 57, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$\begin{aligned}
P_{i=1}^{(1/2)} &= A_{i=1}^{1/57:2]} \\
&= v^2 {}_2q_{i=1}=57} \\
&= (1-0.08)^2 0.014840260622 \\
&= 0.01256079659 .
\end{aligned}$$

- Usia 59, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung tetapi menderita diabetes:

$$\begin{aligned}
P_{i=1}^{(1/2)} &= A_{i=1}^{1/59:2]} \\
&= v^2 {}_2q_{i=1}=59} \\
&= (1-0.08)^2 0.038942426689 \\
&= 0.032960869949 .
\end{aligned}$$

- Usia 61, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung tetapi menderita diabetes:

$$\begin{aligned}
P_{i=1}^{(1/2)} &= A_{i=1}^{1/61:2]} \\
&= v^2 {}_2q_{i=1}=61}
\end{aligned}$$

$$= (1 - 0.08)^2 \cdot 0.051181955874$$

$$= 0.043320407452 .$$

1
Kemudian premi kotor dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dua tahun, yaitu:

$$P_{i:\overline{2}|}^{(1/2)} = \frac{E(Z) + k\sqrt{\text{Var}(Z)}}{\ddot{a}_{i:\overline{2}|}^{(1/2)}}$$

$$\Leftrightarrow P_{i:\overline{2}|}^{(1/2)} = \frac{A_{i:\overline{2}|} + k\sqrt{\left({}^2A_{i:\overline{2}|} - \left(A_{i:\overline{2}|}\right)^2\right)}{1}$$

$$= A_{i:\overline{2}|} + k\sqrt{\left({}^2A_{i:\overline{2}|} - \left(A_{i:\overline{2}|}\right)^2\right)}$$

Dalam penelitian ini, perhitungan premi kotor menggunakan $k = 2\%$, sehingga premi kotor dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dua tahun individu $i = 1$ adalah:

- Usia 51, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$P_{i=1:\overline{2}|}^{(1/2)} = A_{i=1:\overline{2}|} + k\sqrt{\left({}^2A_{i=1:\overline{2}|} - \left(A_{i=1:\overline{2}|}\right)^2\right)}$$

$$= 0.0053698902 + (0.02)\sqrt{\left(0.004545075 - (0.0053698902)^2\right)}$$

$$= 0.0067139496 .$$

- 1
• Usia 53, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$P_{i=1:\overline{2}|}^{(1/2)} = A_{i=1:\overline{2}|} + k\sqrt{\left({}^2A_{i=1:\overline{2}|} - \left(A_{i=1:\overline{2}|}\right)^2\right)}$$

$$= 0.00713368602 + (0.02) \sqrt{(0.006037952 - (0.00713368602)^2)}$$

$$= 0.0086812082 .$$

- Usia 55, **1** tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$P_{i=1}^{(1/2)} = A_{i=1} + k \sqrt{{}^2A_{i=1} - (A_{i=1})^2}$$

$$= 0.009470295229 + (0.02) \sqrt{(0.008015658 - (0.009470295229)^2)}$$

$$= 0.0112508537 .$$

- Usia 57, **1** tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung dan diabetes:

$$P_{i=1}^{(1/2)} = A_{i=1} + k \sqrt{{}^2A_{i=1} - (A_{i=1})^2}$$

$$= 0.01256079659 + (0.02) \sqrt{(0.010631458 - (0.01256079659)^2)}$$

$$= 0.014607617 .$$

- Usia 59, **1** tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung tetapi menderita diabetes:

$$P_{i=1}^{(1/2)} = A_{i=1} + k \sqrt{{}^2A_{i=1} - (A_{i=1})^2}$$

$$= 0.032960869949 + (0.02) \sqrt{(0.02789808 - (0.032960869949)^2)}$$

$$= 0.0362357233 .$$

- Usia 61, tidak meminum alkohol, tidak menderita penyakit jantung tetapi menderita diabetes:

$$\begin{aligned}
 P_{i=1}^{(1/2)} &= A_{i=1} + k \sqrt{\left({}^2A_{i=1} - \left(A_{i=1} \right)^2 \right)} \\
 &= 0.043320407452 + (0.02) \sqrt{\left(0.036666393 - \left(0.043320407452 \right)^2 \right)} \\
 &= 0.0470508088 .
 \end{aligned}$$

Premi bersih dan premi kotor dua tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dua tahun beberapa individu i pada usia t disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 7.5 Premi Bersih dan Premi Kotor Beberapa Individu

id	usia	Model 2	
		Premi Bersih	Premi Kotor
1	51	0.005369890200	0.0067139496
1	53	0.007133686020	0.0086812082
1	55	0.009470295229	0.0112508537
1	57	0.012560796590	0.0146076170
1	59	0.032960869949	0.0362357233
1	61	0.043320407452	0.0470508088
15	54	0.015913872684	0.0182131117
15	56	0.021054248958	0.0236906886
15	58	0.027799449984	0.0308165111
15	60	0.070845941916	0.0755340058

15	62	0.091769354922	0.0970325086
15	64	0.117932559410	0.1237946420
35	59	0.033875956207	0.03719409
35	61	0.044507366958	0.0482857333
35	63	0.054958377257	0.0591295328
35	65	0.071622934096	0.0763342739
35	67	0.092748378676	0.098036099
67	61	0.082808667907	0.0878378619
67	63	0.191145321242	0.1982234245
67	65	0.140333229974	0.1466287722
67	67	0.177092696224	0.1839783170
67	69	0.220474387964	0.2279040735
76	62	0.096973543109	0.1023651862
76	64	0.124375909148	0.1303693190
76	66	0.157890161107	0.1644843685
76	68	0.197959164081	0.2051247710
76	70	0.138400700467	0.1446612947
76	72	0.174779259989	0.1816315698
105	64	0.033340225122	0.036633102
105	66	0.043812571352	0.0475629537
105	68	0.105239361294	0.1108250313

105	70	0.233931360178	0.2415017135
105	72	0.17477925984	0.1816315697
105	74	0.217778634975	0.2251786432

¹ Berdasarkan pembahasan dan studi kasus yang telah disampaikan sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

- ³ 1. Besarnya *frailty* sama untuk satu individu, dan bervariasi untuk lain individu. *Frailty* yang bernilai positif menunjukkan bahwa tingkat kerentanan seseorang dalam mengalami risiko kematian lebih besar daripada *frailty* yang bernilai negatif.
2. Besarnya nilai *frailty* sangat berkaitan dengan besarnya variansi, semakin kecil variansi semakin kecil pula nilai *frailty*. Artinya apabila efek dari individu kecil, maka semakin kecil pula nilai *frailty*.
- ³ 3. Harga premi yang diperoleh tergantung faktor *underwriting* dan *frailty*. Premi kotor lebih besar daripada premi bersih karena ditambah dengan *loading*.

DAFTAR PUSTAKA

- Antonio, K., dan Beirlant, J. 2007. Actuarial Statistics with Generalized Linear Mixed Models. *Insurance: Mathematics and Economics*. 40.
- Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A. dan Nesbitt, C.J., 1997. *Actuarial Mathematics 2nd Edition*. The Society of Actuaries, Itasca, Illinois.
- Brown, R. L., dan McDaid, J. 2003. Factors Affecting Retirement Mortality. *North American Actuarial Journal*. 7(2) : 24–43.
- Dobson, A. J. 2002. *An Introduction to Generalized Linear Models 2nd Edition*, New York : Chapman & Hall/CRC.
- Galecki, A., dan Burzykowski, T. 2013. *Linear Mixed-Effects Models Using R: A Step-by-step Approach*. Springer Science & Business Media.
- Jiang, Jiming. 2007. *Linear and Generalized Mixed Models and Their Applications*. Springer Series in Statistics.
- Meyricke, R., dan Sherris, M. 2013. The Determinants of Mortality Heterogeneity and Implications for Pricing Annuities, *Insurance: Mathematics and Economics*. 53 : 379-387.
- McCullagh, P., dan Nelder, J. A. 1989. *Generalized Linear Models* (Vol. 37). CRC press.
- McCulloch, C. E., dan Searle, S. R. 2001. Generalized, Linear, and Mixed Models. *Wiley Series in Probability and Statistics*. New York : John Wiley & Sons, Inc.
- Rohmaniah, S. A. 2015. *Pemodelan Mortalita dengan Faktor Underwriting dan Frailty Menggunakan Generalized Linear Mixed Models dan Aplikasinya dalam*

Menentukan Harga Premi. Yogyakarta : Universitas Gadjah Mada.

Rohmaniah, S. A., dan Danardono. 2017. Perhitungan Harga Premi Model Dua Tahunan dengan Faktor Underwriting Menggunakan Generalized Linear Models. *Jurnal Ilmiah UMS, KNPMP II*. 124–132.

Rohmaniah, S. A., dan Chandra, N. E. 2018. Pengaruh Frailty dalam Pemodelan Mortalita. *Journal of Mathematics and Mathematics Education*. 8 (1) : 68 – 78.

Rohmaniah, S. A., dan Chanddra, N. E. 2018. Perhitungan Premi Asuransi Jiwa menggunakan Generalized Linear Mixed Models. *Jurnal Ilmiah Teknosains*. 4(2) : 80 – 84.

Vaupel, J. W., Manton, K. G., dan Stallard, E. 1979. The Impact of Heterogeneity in Individual Frailty on The Dynamics of Mortality. *Demography*. 16(3) : 439–454.

LAMPIRAN

No.	id	id2	penelitian ke	kematian	usia	merokok	alkohol
1	105770110000000	1	1	0	51	1	0
2	105770110000000	1	2	0	53	1	0
3	105770110000000	1	3	0	55	1	0
4	105770110000000	1	4	0	57	1	0
5	105770110000000	1	5	0	59	1	0
6	105770110000000	1	6	0	61	0	0
7	108180400000000	2	1	0	51	0	1
8	108180400000000	2	2	0	53	0	1
9	108180400000000	2	3	0	55	0	1
10	108180400000000	2	4	0	57	0	1
11	108180400000000	2	5	0	59	0	1
12	108180400000000	2	6	0	61	0	1
13	118260110000000	3	1	0	51	0	1
14	118260110000000	3	2	0	53	0	1
15	118260110000000	3	3	1	55	0	1
16	116260110000000	4	1	0	51	0	0
17	116260110000000	4	2	0	53	0	0
18	116260110000000	4	3	0	55	0	0
19	116260110000000	4	4	0	57	0	0
20	116260110000000	4	5	0	59	0	1
21	116260110000000	4	6	0	61	0	1
22	100970400000000	5	1	0	52	0	1
23	100970400000000	5	2	0	54	0	0
24	100970400000000	5	3	0	56	0	1
25	100970400000000	5	4	0	58	0	1
26	100970400000000	5	5	0	60	0	0
27	100970400000000	5	6	0	62	0	1
28	114790400000000	6	1	0	52	1	0
29	114790400000000	6	2	0	54	0	0
30	114790400000000	6	3	0	56	1	0
31	114790400000000	6	4	0	58	0	0
32	114790400000000	6	5	0	60	0	0
33	114790400000000	6	6	1	62	0	0
34	118780400000000	7	1	0	52	0	0
35	118780400000000	7	2	0	54	0	0
36	118780400000000	7	3	0	56	0	1
37	118780400000000	7	4	1	58	0	1
38	100130400000000	8	1	0	53	1	0
39	100130400000000	8	2	0	55	1	1
40	100130400000000	8	3	0	57	1	1
41	100130400000000	8	4	0	59	1	1
42	100130400000000	8	5	0	61	1	1
43	100130400000000	8	6	0	63	1	0
44	108220400000000	9	1	0	53	0	0
45	108220400000000	9	2	0	55	0	0
46	108220400000000	9	3	0	57	0	0
47	108220400000000	9	4	0	59	0	0
48	108220400000000	9	5	0	61	0	1
49	108220400000000	9	6	0	63	0	0

50	11911040000000	10	1	0	53	0	1
51	11911040000000	10	2	0	55	0	1
52	11911040000000	10	3	0	57	0	1
53	11911040000000	10	4	0	59	0	1
54	11911040000000	10	5	0	61	0	1
55	11911040000000	10	6	0	63	0	1
56	10004040000000	11	1	0	54	0	1
57	10004040000000	11	2	0	56	0	1
58	10004040000000	11	3	0	58	0	1
59	10004040000000	11	4	0	60	0	1
60	10004040000000	11	5	0	62	0	1
61	10004040000000	11	6	0	64	0	1
62	11377040000000	12	1	0	54	0	1
63	11377040000000	12	2	0	56	0	0
64	11377040000000	12	3	0	58	0	0
65	11377040000000	12	4	0	60	0	1
66	11377040000000	12	5	0	62	0	0
67	11377040000000	12	6	0	64	0	1
68	10708030000000	13	1	0	54	0	0
69	10708030000000	13	2	1	56	0	0
70	10923030000000	14	1	0	54	0	1
71	10923030000000	14	2	1	56	0	1
72	11256040000000	15	1	0	54	0	0
73	11256040000000	15	2	0	56	0	0
74	11256040000000	15	3	0	58	0	0
75	11256040000000	15	4	0	60	0	0
76	11256040000000	15	5	0	62	0	0
77	11256040000000	15	6	0	64	0	0
78	10394040000000	16	1	0	55	0	0
79	10394040000000	16	2	0	57	0	1
80	10394040000000	16	3	0	59	0	1
81	10394040000000	16	4	0	61	0	1
82	10394040000000	16	5	0	63	0	1
83	10394040000000	16	6	0	65	0	1
84	11554030000000	17	1	0	55	0	0
85	11554030000000	17	2	0	57	0	0
86	11554030000000	17	3	0	59	0	0
87	11554030000000	17	4	1	61	0	0
88	11612040000000	18	1	0	55	0	1
89	11612040000000	18	2	1	57	0	1
90	10458030000000	19	1	0	56	0	1
91	10458030000000	19	2	0	58	0	0
92	10458030000000	19	3	0	60	0	0
93	10458030000000	19	4	0	62	0	0
94	10458030000000	19	5	1	64	0	0
95	10565030000000	20	1	0	56	0	0
96	10565030000000	20	2	1	58	0	0
97	10926040000000	21	1	0	57	0	0
98	10926040000000	21	2	1	59	0	0
99	10929040000000	22	1	0	57	0	1

100	10929040000000	22	2	0	59	0	1
101	10929040000000	22	3	0	61	0	1
102	10929040000000	22	4	1	63	0	1
103	11542040000000	23	1	0	57	0	0
104	11542040000000	23	2	1	59	0	0
105	10672030000000	24	1	0	58	1	1
106	10672030000000	24	2	1	60	1	1
107	11933040000000	25	1	0	58	0	0
108	11933040000000	25	2	0	60	0	1
109	11933040000000	25	3	0	62	0	1
110	11933040000000	25	4	1	64	0	1
111	10083020000000	26	1	0	59	0	0
112	10083020000000	26	2	0	61	0	0
113	10083020000000	26	3	0	63	0	0
114	10083020000000	26	4	0	65	0	0
115	10083020000000	26	5	0	67	0	0
116	10083020000000	26	6	0	69	0	0
117	10210010000000	27	1	0	59	0	0
118	10210010000000	27	2	0	61	0	0
119	10210010000000	27	3	0	63	0	0
120	10210010000000	27	4	0	65	0	0
121	10210010000000	27	5	0	67	0	0
122	10210010000000	27	6	1	69	0	0
123	10482010000000	28	1	0	59	1	0
124	10482010000000	28	2	0	61	1	0
125	10482010000000	28	3	0	63	1	0
126	10482010000000	28	4	0	65	1	1
127	10482010000000	28	5	0	67	1	0
128	10482010000000	28	6	0	69	1	0
129	10600010000000	29	1	0	59	1	0
130	10600010000000	29	2	0	61	0	0
131	10600010000000	29	3	0	63	1	0
132	10600010000000	29	4	0	65	1	0
133	10600010000000	29	5	1	67	1	0
134	10611010000000	30	1	0	59	1	1
135	10611010000000	30	2	0	61	1	1
136	10611010000000	30	3	0	63	1	0
137	10611010000000	30	4	0	65	1	0
138	10611010000000	30	5	1	67	1	0
139	10648010000000	31	1	0	59	0	0
140	10648010000000	31	2	0	61	0	0
141	10648010000000	31	3	0	63	0	0
142	10648010000000	31	4	0	65	0	1
143	10648010000000	31	5	0	67	0	0
144	10648010000000	31	6	1	69	0	0
145	10645031000000	32	1	0	59	0	1
146	10645031000000	32	2	0	61	0	0
147	10645031000000	32	3	1	63	0	0
148	11186010000000	33	1	0	59	0	0
149	11186010000000	33	2	0	61	0	0

150	11186010000000	33	3	0	63	0	0
151	11186010000000	33	4	0	65	0	0
152	11186010000000	33	5	0	67	0	0
153	11186010000000	33	6	1	69	0	0
154	11256010000000	34	1	0	59	0	0
155	11256010000000	34	2	0	61	0	0
156	11256010000000	34	3	0	63	0	0
157	11256010000000	34	4	0	65	0	0
158	11256010000000	34	5	0	67	0	0
159	11256010000000	34	6	0	69	0	0
160	11479010000000	35	1	0	59	1	1
161	11479010000000	35	2	0	61	1	1
162	11479010000000	35	3	0	63	1	0
163	11479010000000	35	4	0	65	1	0
164	11479010000000	35	5	1	67	1	0
165	11522010000000	36	1	0	59	0	1
166	11522010000000	36	2	1	61	0	1
167	11787010000000	37	1	0	59	0	0
168	11787010000000	37	2	1	61	0	0
169	11933010000000	38	1	0	59	0	0
170	11933010000000	38	2	0	61	0	1
171	11933010000000	38	3	0	63	0	1
172	11933010000000	38	4	0	65	0	1
173	11933010000000	38	5	0	67	0	1
174	11933010000000	38	6	0	69	0	1
175	12054010000000	39	1	0	59	0	0
176	12054010000000	39	2	1	61	0	0
177	10299010000000	40	1	0	60	0	1
178	10299010000000	40	2	0	62	1	1
179	10299010000000	40	3	0	64	1	0
180	10299010000000	40	4	0	66	0	1
181	10299010000000	40	5	0	68	0	1
182	10299010000000	40	6	0	70	0	1
183	10378010000000	41	1	0	60	0	1
184	10378010000000	41	2	0	62	0	1
185	10378010000000	41	3	0	64	0	0
186	10378010000000	41	4	1	66	0	0
187	10481010000000	42	1	0	60	0	1
188	10481010000000	42	2	0	62	0	1
189	10481010000000	42	3	0	64	0	1
190	10481010000000	42	4	0	66	0	1
191	10481010000000	42	5	0	68	0	1
192	10481010000000	42	6	0	70	0	1
193	10571010000000	43	1	0	60	0	1
194	10571010000000	43	2	0	62	0	0
195	10571010000000	43	3	0	64	0	1
196	10571010000000	43	4	0	66	0	0
197	10571010000000	43	5	0	68	0	0
198	10571010000000	43	6	0	70	0	0
199	10671010000000	44	1	0	60	0	0

200	10671010000000	44	2	1	62	0	0
201	10893010000000	45	1	0	60	0	1
202	10893010000000	45	2	0	62	0	1
203	10893010000000	45	3	0	64	0	1
204	10893010000000	45	4	0	66	0	1
205	10893010000000	45	5	0	68	0	1
206	10893010000000	45	6	0	70	0	1
207	11219010000000	46	1	0	60	0	0
208	11219010000000	46	2	0	62	0	0
209	11219010000000	46	3	0	64	0	0
210	11219010000000	46	4	0	66	0	0
211	11219010000000	46	5	1	68	0	0
212	11332020000000	47	1	0	60	0	1
213	11332020000000	47	2	0	62	0	0
214	11332020000000	47	3	0	64	0	0
215	11332020000000	47	4	0	66	0	1
216	11332020000000	47	5	0	68	0	0
217	11332020000000	47	6	0	70	0	1
218	11506010000000	48	1	0	60	1	1
219	11506010000000	48	2	0	62	1	1
220	11506010000000	48	3	0	64	1	0
221	11506010000000	48	4	0	66	1	0
222	11506010000000	48	5	0	68	1	0
223	11506010000000	48	6	0	70	0	1
224	11612010000000	49	1	0	60	0	1
225	11612010000000	49	2	1	62	0	1
226	12010010000000	50	1	0	60	0	1
227	12010010000000	50	2	0	62	0	1
228	12010010000000	50	3	0	64	0	1
229	12010010000000	50	4	0	66	0	1
230	12010010000000	50	5	0	68	0	1
231	12010010000000	50	6	1	70	0	1
232	12010020000000	51	1	0	60	0	1
233	12010020000000	51	2	0	62	0	1
234	12010020000000	51	3	0	64	0	1
235	12010020000000	51	4	0	66	0	1
236	12010020000000	51	5	0	68	0	1
237	12010020000000	51	6	1	70	0	1
238	10004010000000	52	1	0	61	0	1
239	10004010000000	52	2	0	63	0	1
240	10004010000000	52	3	0	65	0	1
241	10004010000000	52	4	0	67	0	1
242	10004010000000	52	5	0	69	0	1
243	10004010000000	52	6	0	71	0	1
244	10083010000000	53	1	0	61	1	0
245	10083010000000	53	2	0	63	1	0
246	10083010000000	53	3	0	65	1	0
247	10083010000000	53	4	0	67	1	0
248	10083010000000	53	5	0	69	0	0
249	10083010000000	53	6	1	71	0	0

250	10210020000000	54	1	0	61	1	1
251	10210020000000	54	2	0	63	1	1
252	10210020000000	54	3	0	65	1	1
253	10210020000000	54	4	0	67	0	0
254	10210020000000	54	5	0	69	0	0
255	10210020000000	54	6	1	71	0	0
256	10240010000000	55	1	0	61	0	1
257	10240010000000	55	2	1	63	0	1
258	10325020000000	56	1	0	61	0	1
259	10325020000000	56	2	0	63	0	1
260	10325020000000	56	3	0	65	0	1
261	10325020000000	56	4	1	67	0	1
262	10458020000000	57	1	0	61	0	1
263	10458020000000	57	2	0	63	0	0
264	10458020000000	57	3	0	65	0	1
265	10458020000000	57	4	0	67	0	1
266	10458020000000	57	5	1	69	0	1
267	10465010000000	58	1	0	61	0	1
268	10465010000000	58	2	1	63	0	1
269	10577010000000	59	1	0	61	0	1
270	10577010000000	59	2	0	63	0	1
271	10577010000000	59	3	0	65	0	1
272	10577010000000	59	4	0	67	0	1
273	10577010000000	59	5	0	69	0	1
274	10577010000000	59	6	0	71	0	1
275	10646010000000	60	1	0	61	0	0
276	10646010000000	60	2	1	63	0	0
277	10719020000000	61	1	0	61	0	0
278	10719020000000	61	2	0	63	0	0
279	10719020000000	61	3	0	65	0	0
280	10719020000000	61	4	0	67	0	1
281	10719020000000	61	5	0	69	0	1
282	10719020000000	61	6	1	71	0	1
283	10766010000000	62	1	0	61	0	0
284	10766010000000	62	2	0	63	0	0
285	10766010000000	62	3	1	65	0	0
286	10769010000000	63	1	0	61	0	1
287	10769010000000	63	2	0	63	0	1
288	10769010000000	63	3	0	65	0	1
289	10769010000000	63	4	0	67	0	1
290	10769010000000	63	5	0	69	0	1
291	10769010000000	63	6	1	71	0	1
292	11241010000000	64	1	0	61	0	0
293	11241010000000	64	2	1	63	0	0
294	11253010000000	65	1	0	61	0	0
295	11253010000000	65	2	0	63	0	0
296	11253010000000	65	3	0	65	0	0
297	11253010000000	65	4	0	67	0	0
298	11253010000000	65	5	0	69	0	0
299	11253010000000	65	6	0	71	0	0

300	11341010000000	66	1	0	61	0	1
301	11341010000000	66	2	0	63	0	1
302	11341010000000	66	3	0	65	0	1
303	11341010000000	66	4	0	67	0	1
304	11341010000000	66	5	0	69	0	1
305	11341010000000	66	6	0	71	0	1
306	11345020000000	67	1	0	61	0	1
307	11345020000000	67	2	0	63	0	1
308	11345020000000	67	3	0	65	0	1
309	11345020000000	67	4	0	67	0	1
310	11345020000000	67	5	1	69	0	1
311	11554020000000	68	1	0	61	0	0
312	11554020000000	68	2	0	63	0	0
313	11554020000000	68	3	0	65	0	0
314	11554020000000	68	4	1	67	0	0
315	11826010000000	69	1	0	61	1	0
316	11826010000000	69	2	1	63	1	0
317	11911010000000	70	1	0	61	0	0
318	11911010000000	70	2	0	63	0	1
319	11911010000000	70	3	0	65	0	0
320	11911010000000	70	4	0	67	0	0
321	11911010000000	70	5	0	69	0	1
322	11911010000000	70	6	0	71	0	0
323	11983010000000	71	1	0	61	0	0
324	11983010000000	71	2	0	63	0	0
325	11983010000000	71	3	0	65	0	0
326	11983010000000	71	4	1	67	0	0
327	10013010000000	72	1	0	62	1	0
328	10013010000000	72	2	0	64	1	0
329	10013010000000	72	3	0	66	1	0
330	10013010000000	72	4	0	68	0	0
331	10013010000000	72	5	0	70	0	0
332	10013010000000	72	6	0	72	0	0
333	10281010000000	73	1	0	62	0	0
334	10281010000000	73	2	0	64	0	1
335	10281010000000	73	3	0	66	0	0
336	10281010000000	73	4	0	68	0	0
337	10281010000000	73	5	1	70	0	0
338	10537010000000	74	1	0	62	0	0
339	10537010000000	74	2	1	64	0	0
340	10571020000000	75	1	0	62	0	1
341	10571020000000	75	2	1	64	0	1
342	10707010000000	76	1	0	62	0	1
343	10707010000000	76	2	0	64	0	1
344	10707010000000	76	3	0	66	0	1
345	10707010000000	76	4	0	68	0	1
346	10707010000000	76	5	0	70	0	0
347	10707010000000	76	6	1	72	0	0
348	10926010000000	77	1	0	62	0	0
349	10926010000000	77	2	1	64	0	0

350	11010010000000	78	1	0	62	1	1
351	11010010000000	78	2	0	64	1	1
352	11010010000000	78	3	0	66	1	1
353	11010010000000	78	4	0	68	0	1
354	11010010000000	78	5	0	70	0	1
355	11010010000000	78	6	0	72	0	1
356	11323010000000	79	1	0	62	0	0
357	11323010000000	79	2	0	64	0	0
358	11323010000000	79	3	0	66	0	0
359	11323010000000	79	4	0	68	0	0
360	11323010000000	79	5	1	70	0	0
361	11591020000000	80	1	0	62	0	1
362	11591020000000	80	2	1	64	0	1
363	11694010000000	81	1	0	62	0	1
364	11694010000000	81	2	0	64	0	1
365	11694010000000	81	3	0	66	0	1
366	11694010000000	81	4	0	68	0	1
367	11694010000000	81	5	0	70	0	1
368	11694010000000	81	6	0	72	0	1
369	11802020000000	82	1	0	62	0	0
370	11802020000000	82	2	0	64	0	1
371	11802020000000	82	3	0	66	0	0
372	11802020000000	82	4	1	68	0	0
373	11810010000000	83	1	0	62	0	0
374	11810010000000	83	2	0	64	0	1
375	11810010000000	83	3	1	66	0	1
376	11810020000000	84	1	0	62	0	0
377	11810020000000	84	2	1	64	0	0
378	10075020000000	85	1	0	63	0	0
379	10075020000000	85	2	0	65	0	1
380	10075020000000	85	3	0	67	0	1
381	10075020000000	85	4	0	69	0	1
382	10075020000000	85	5	0	71	0	1
383	10075020000000	85	6	0	73	0	1
384	10114010000000	86	1	0	63	1	0
385	10114010000000	86	2	1	65	1	0
386	10395010000000	87	1	0	63	0	1
387	10395010000000	87	2	0	65	0	1
388	10395010000000	87	3	0	67	0	1
389	10395010000000	87	4	0	69	0	1
390	10395010000000	87	5	0	71	0	1
391	10395010000000	87	6	1	73	0	1
392	10592010000000	88	1	0	63	0	1
393	10592010000000	88	2	0	65	0	1
394	10592010000000	88	3	0	67	0	1
395	10592010000000	88	4	0	69	0	1
396	10592010000000	88	5	0	71	0	1
397	10592010000000	88	6	1	73	0	1
398	10740010000000	89	1	0	63	0	0
399	10740010000000	89	2	0	65	0	0

400	10740010000000	89	3	0	67	0	0
401	10740010000000	89	4	0	69	0	0
402	10740010000000	89	5	1	71	0	0
403	10773020000000	90	1	0	63	0	1
404	10773020000000	90	2	0	65	0	0
405	10773020000000	90	3	0	67	0	1
406	10773020000000	90	4	0	69	0	1
407	10773020000000	90	5	0	71	0	1
408	10773020000000	90	6	1	73	0	1
409	10923020000000	91	1	0	63	0	1
410	10923020000000	91	2	0	65	0	1
411	10923020000000	91	3	0	67	0	1
412	10923020000000	91	4	1	69	0	1
413	11212020000000	92	1	0	63	0	0
414	11212020000000	92	2	1	65	0	0
415	112120110000000	93	1	0	63	0	0
416	112120110000000	93	2	1	65	0	0
417	11378010000000	94	1	0	63	0	1
418	11378010000000	94	2	0	65	0	1
419	11378010000000	94	3	0	67	0	1
420	11378010000000	94	4	0	69	0	1
421	11378010000000	94	5	0	71	0	1
422	11378010000000	94	6	0	73	0	1
423	11798010000000	95	1	0	63	0	1
424	11798010000000	95	2	0	65	0	1
425	11798010000000	95	3	0	67	0	1
426	11798010000000	95	4	0	69	0	1
427	11798010000000	95	5	1	71	0	1
428	11828010000000	96	1	0	63	1	1
429	11828010000000	96	2	0	65	1	1
430	11828010000000	96	3	1	67	1	1
431	11936020000000	97	1	0	63	0	0
432	11936020000000	97	2	1	65	0	0
433	11999020000000	98	1	0	63	0	0
434	11999020000000	98	2	0	65	0	0
435	11999020000000	98	3	0	67	0	0
436	11999020000000	98	4	0	69	0	0
437	11999020000000	98	5	0	71	0	0
438	11999020000000	98	6	0	73	0	0
439	10038010000000	99	1	0	64	0	1
440	10038010000000	99	2	0	66	0	1
441	10038010000000	99	3	0	68	0	1
442	10038010000000	99	4	0	70	0	1
443	10038010000000	99	5	0	72	0	1
444	10038010000000	99	6	0	74	0	1
445	10460010000000	100	1	0	64	1	1
446	10460010000000	100	2	1	66	1	1
447	10468020000000	101	1	0	64	0	1
448	10468020000000	101	2	1	66	0	1
449	10602010000000	102	1	0	64	0	0

450	10602010000000	102	2	0	66	0	0
451	10602010000000	102	3	0	68	0	0
452	10602010000000	102	4	1	70	0	0
453	10902010000000	103	1	0	64	1	0
454	10902010000000	103	2	0	66	0	0
455	10902010000000	103	3	0	68	0	0
456	10902010000000	103	4	0	70	0	0
457	10902010000000	103	5	0	72	0	0
458	10902010000000	103	6	0	74	0	0
459	10941010000000	104	1	0	64	0	0
460	10941010000000	104	2	0	66	0	1
461	10941010000000	104	3	0	68	0	0
462	10941010000000	104	4	0	70	0	0
463	10941010000000	104	5	0	72	0	0
464	10941010000000	104	6	1	74	0	0
465	11074020000000	105	1	0	64	0	0
466	11074020000000	105	2	0	66	0	0
467	11074020000000	105	3	0	68	0	0
468	11074020000000	105	4	0	70	0	0
469	11074020000000	105	5	0	72	0	0
470	11074020000000	105	6	0	74	0	0
471	11179010000000	106	1	0	64	0	1
472	11179010000000	106	2	0	66	0	0
473	11179010000000	106	3	0	68	0	0
474	11179010000000	106	4	1	70	0	0

0	1	0	0
1	1	0	1
0	0	0	1
0	0	0	1
1	1	0	0
0	1	1	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	1
0	0	0	0
1	0	1	0
1	1	1	0
1	1	1	0
1	1	1	0
0	0	0	1
0	0	0	1
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	0

1	0	1	0
1	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	0
1	1	1	0
1	0	1	0
1	0	1	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	1	0
0	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	1	0	1
0	1	1	1
0	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	0	1	1
1	1	0	1
1	1	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1

1	0	0	0
1	1	1	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	0
1	0	1	0
0	1	0	0
0	1	0	0
1	1	0	1
1	1	0	1
0	1	0	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	0	1	1
1	0	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0
0	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	0	1
1	1	0	1
1	1	0	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	1	0
1	0	1	0
1	0	1	0
1	0	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
0	0	0	1
0	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	0
1	0	0	0

0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	0
1	1	1	0
1	0	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
1	0	0	0
0	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
0	0	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
0	0	0	0
1	0	0	0
0	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	0	1	1

1	1	1	1
1	0	1	1
1	0	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	1
1	1	0	1
1	1	0	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
0	0	0	1
0	0	0	1
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	0	0
1	1	1	1
0	0	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
0	0	0	0

1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	1	1	0
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	0	1
0	1	0	1
0	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0
1	1	0	0

Pemodelan Mortalita dengan Pendekatan GLMM

ORIGINALITY REPORT

20%

SIMILARITY INDEX

19%

INTERNET SOURCES

4%

PUBLICATIONS

1%

STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	publikasiilmiah.ums.ac.id Internet Source	8%
2	jurnal.uns.ac.id Internet Source	4%
3	journal.upgris.ac.id Internet Source	2%
4	e-jurnal.unisda.ac.id Internet Source	1%
5	jurnal.untan.ac.id Internet Source	<1%
6	orischa.blogspot.com Internet Source	<1%
7	Ludwig Fahrmeir, Thomas Kneib, Stefan Lang, Brian Marx. "Regression", Springer Nature, 2013 Publication	<1%
8	repository.upi.edu Internet Source	<1%

digitalcommons.library.tmc.edu

9

Internet Source

<1 %

10

P.K. Bhattacharya, Prabir Burman. "Linear Models", Elsevier BV, 2016

Publication

<1 %

11

www.slideshare.net

Internet Source

<1 %

12

Theofanis Darsinos, Stephen Satchell. "Measuring style tilting and decomposing style risk", Journal of Asset Management, 2004

Publication

<1 %

13

repository.its.ac.id

Internet Source

<1 %

14

www.prathai.ac.th

Internet Source

<1 %

15

S Abdurrahman, Thresye, R R Lula, R A Rachman, Y Evina. "Subtraction of soft matrices", Journal of Physics: Conference Series, 2021

Publication

<1 %

16

Richard Verrall. "Claims reserving and generalised additive models", Insurance: Mathematics and Economics, 1996

Publication

<1 %

17 Badong Chen. "Parameter identifiability with Kullback-Leibler information divergence criterion", International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2008

Publication

<1 %

18 Submitted to Universitas Jember

Student Paper

<1 %

19 ebin.pub

Internet Source

<1 %

20 Xin Gui, Li Liu. "MMSE-Based Precoding Designs for Block Diagonalization MIMO Relay Systems with Limited Feedback", 2016 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), 2016

Publication

<1 %

21 ecsocman.hse.ru

Internet Source

<1 %

22 repository.radenintan.ac.id

Internet Source

<1 %

23 Toto Hermawan. "ESTIMASI KURVA REGRESI SPLINE PADA DATA LONGITUDINAL DENGAN METODE KUADRAT TERKECIL", Intersections, 2021

Publication

<1 %

24 Submitted to University of Texas Health Science Center

Student Paper

<1 %

25	docplayer.net Internet Source	<1 %
26	N. H. Bingham, John M. Fry. "Regression", Springer Nature, 2010 Publication	<1 %
27	adisetiawan26.files.wordpress.com Internet Source	<1 %
28	www.gjesrm.com Internet Source	<1 %
29	es.scribd.com Internet Source	<1 %
30	lib.unnes.ac.id Internet Source	<1 %
31	repositori.uin-alauddin.ac.id Internet Source	<1 %
32	Geert Molenberghs, Michael G. Kenward. "Missing Data in Clinical Studies", Wiley, 2007 Publication	<1 %
33	Grace Y. Yi. "Statistical Analysis with Measurement Error or Misclassification", Springer Science and Business Media LLC, 2017 Publication	<1 %
34	id.scribd.com Internet Source	<1 %

35	www.actuariayfinanzas.net Internet Source	<1 %
36	www.ekf.vsb.cz Internet Source	<1 %
37	Benjamin F. Hobbs, J. S. Pang. "Nash-Cournot Equilibria in Electric Power Markets with Piecewise Linear Demand Functions and Joint Constraints", <i>Operations Research</i> , 2007 Publication	<1 %
38	Maiti, T.. "Robust generalized linear mixed models for small area estimation", <i>Journal of Statistical Planning and Inference</i> , 20011001 Publication	<1 %
39	Raouf A. Ibrahim. "Handbook of Structural Life Assessment", Wiley, 2017 Publication	<1 %
40	Xu, L.. "Deletion measures for generalized linear mixed effects models", <i>Computational Statistics and Data Analysis</i> , 20061115 Publication	<1 %

Exclude quotes Off

Exclude matches Off

Exclude bibliography On